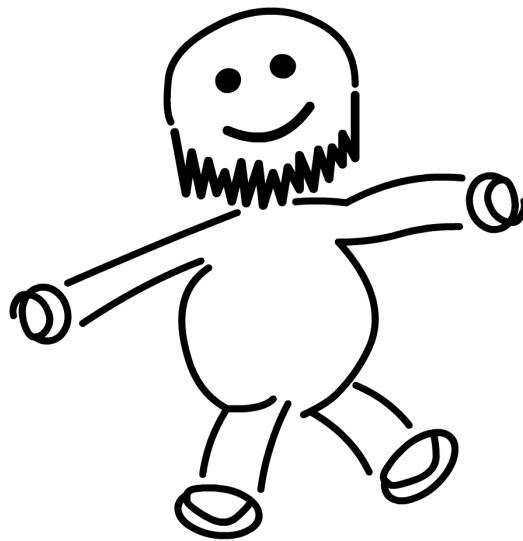


Demonstrationspraktikum für Lehramtskandidaten

Versuch E3

Hochpass, Tiefpass und Bandpass

Sommersemester 2006



Name:	Daniel Scholz
Mitarbeiter:	Steffen Ravekes
E-Mail:	daniel@mehr-davon.de
Gruppe:	4
Durchgeführt am:	9. Mai 2006
Protokoll abgeben:	16. Mai 2006
Protokoll verbessert:	–

Testiert: _____

1 Einleitung

Nachdem in den vorherigen Versuchen bzw. Unterrichtsstunden mehrere Grundlagen zu Wechselstromkreisen und Schaltvorgängen an Kondensatoren und Spulen erarbeitet wurden, untersuchen wir nun das Widerstandverhalten von Wechselstromkreisen.

Dies wird uns dazu führen Schaltkreise zu errichten, in denen die Ausgangsspannung stark von der Frequenzen abhängt. Solche Schaltkreise können Hochpass, Tiefpass oder Bandpass sein. Diese Bauteile finden in vielen elektrischen Alltagsgegenständen eine breite Anwendung, wie zum Beispiel in Audioboxen.

2 Theorie

2.1 Wechselstromwiderstände

Der Wechselstromwiderstand Z wird analog zum Gleichstrom als Quotient aus den Scheitelwerten U_0 und I_0 von Spannung U und Strom I definiert:

$$Z := \frac{U_0}{I_0}.$$

Da im Wechselstromkreis verschiedene Größen nicht nur durch ihren Betrag, sondern auch durch ihre Phase zu beschreiben sind, hängt auch der Wechselstromwiderstand von der Frequenz im Stromkreis ab. Zur Unterscheidung zu Gleichstromkreisen nenne wir ihn daher auch **Impedanz**.

Impedanz eines Ohmschen Widerstandes

In einem Wechselstromkreis mit Ohmschen Widerstand R erhalten wir die Impedanz

$$Z = R.$$

Die Impedanz eines Ohmschen Widerstand ist also wie erwartet unabhängig von der Frequenz.

Impedanz einer Spule

Wir betrachten einen Wechselstromkreis der Frequenz ω mit einer Spule der Induktivität L . Dann erhalten wir die Impedanz

$$X_L := Z = \omega L.$$

Aufgrund von Induktionsgesetz und Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom hängt die Impedanz nun von der Frequenz ω ab. Wir sprechen von **induktiven Wechselstromwiderstand**.

Impedanz eines Kondensators

Bei einem Wechselstromkreis der Frequenz ω mit einem Kondensator der Kapazität C ergibt sich die Impedanz

$$X_C := Z = \frac{1}{\omega C}.$$

Auch hier hängt die Impedanz von der Frequenz ω ab. Wir sprechen von *kapazitiven Wechselstromwiderstand*.

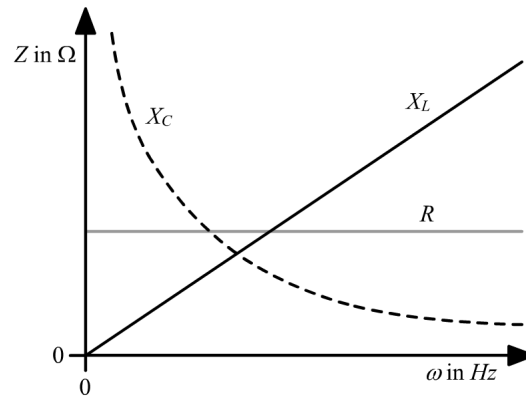


Abbildung 1: Die drei Wechselstromwiderstände als Funktion der Frequenz.

2.2 Kombination von Widerständen

Reihenschaltung

Wir betrachten eine Reihenschaltung in einem Wechselstromkreis mit einem Ohmschen Widerstand R , einem induktiven Widerstand $X_L = \omega L$ und einem kapazitiven Widerstand $X_C = 1/\omega C$. Die Impedanz Z des Gesamtkreises berechnet sich durch die Vektorsumme der einzelnen Widerstände im Phasendiagramm.

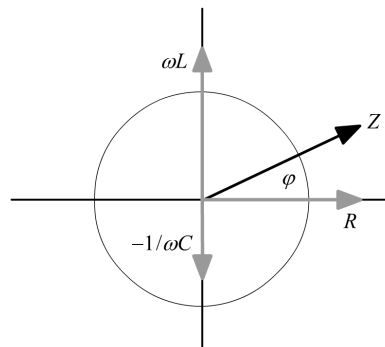


Abbildung 2: Phasendiagramm bei einer Reihenschaltung.

Wir erhalten somit die Impedanz

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung ist nun

$$\varphi = \arctan\left(\frac{1}{R} \cdot \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right).$$

Die **Resonanzfrequenz** berechnet sich wie bei einem Schwingkreis:

$$\omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Bei dieser Frequenz ist die Impedanz der Schaltung besonders niedrig. Wir können damit also bestimmte Frequenzbereiche isolieren, was uns dann zu den Filtern führen wird.

Parallelschaltung

Bei der Parallelschaltung in einem Wechselstromkreis mit einem Ohmschen Widerstand R , einem induktiven Widerstand $X_L = \omega L$ und einem kapazitiven Widerstand $X_C = 1/\omega C$ ergibt sich die Impedanz

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}}.$$

Die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung ist

$$\varphi = \arctan\left(\frac{1}{R} \cdot \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)\right).$$

Bei der Resonanzfrequenz

$$\omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

ist die Impedanz der Schaltung nun besonders groß.

Übersicht

Es ist somit zu beobachten, dass die Impedanz bei einer Reihenschaltung anders als bei einer Parallelschaltung auf die Frequenz ω reagiert. Die jeweilige Abhängigkeit zur Frequenz wird in Abbildung 3 gezeigt.

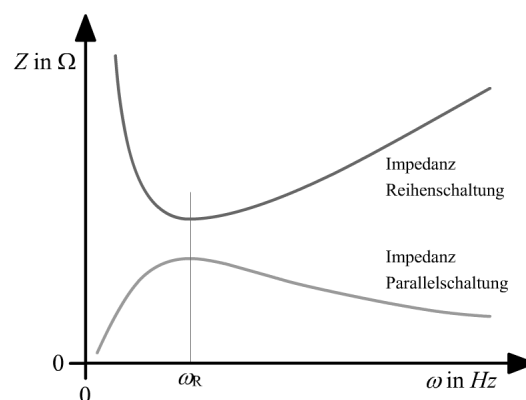


Abbildung 3: Impedanz bei Reihen- und Parallelschaltung als Funktion der Frequenz.

2.3 Filter

Einzelne Komponenten lassen sich zu Filtern kombinieren.

Ein sogenannter **Hochpass** besitzt für kleine Frequenzen einen hohen Widerstand. Bei einem **Tiefpass** hingegen ist der Widerstand für kleine Frequenzen gering. Somit können Schaltungen konstruiert werden, die nur kleine bzw. große Frequenzen zulassen. Eine Kombination dieser Bauteile liefert dann einen Bandpass. Hier werden nur bestimmte Frequenzen übertragen.

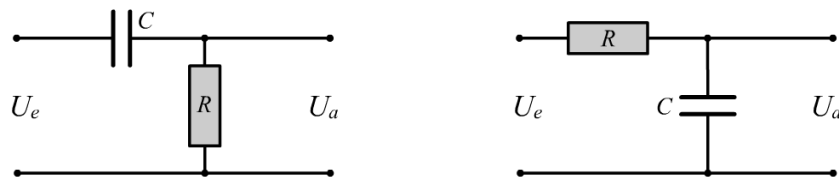


Abbildung 4: Möglicher Aufbau von Hochpass (links) und Tiefpass (rechts).

Im vorliegenden Versuch werden wir die Abhängigkeit von Eingangs- und Ausgangsspannung $|U_e|/|U_a|$ zur Frequenz ω jeweils bei Hochpass und Tiefpass untersuchen. Außerdem interessieren wir uns für den Spannungsverlauf am Ausgang, wenn wir eine Rechteckspannung am Eingang anlegen.

3 Versuchsdurchführung

Wir gliedern die Versuchsdurchführung in vier Teile.

3.1 Hochpass

Zunächst haben wir einen Hochpass gemäß der Schaltung aus Abbildung 4 aufgebaut. Zur Steuerung der Frequenz diente ein Funktionsgenerator, womit wir zunächst eine Sinus-Eingangsspannung mit einer Frequenz zwischen $f = 1$ und $f = 100\,000$ anlegen konnten. Damit haben wir zunächst die Spannung am Ausgang für unterschiedliche Kondensatoren und unterschiedliche Widerstände beobachtet. Dazu diente ein Zweistrahloszillograph, welcher Eingangs- und Ausgangsspannung gemeinsam darstellen konnte.

Anschließend haben wir für einen Kondensator und einen Widerstand eine Messreihe zur Messung der Abhängigkeit von Eingangs- und Ausgangsspannung $|U_e|/|U_a|$ zur Frequenz ω aufgenommen.

3.2 Tiefpass

Analog zum Hochpass haben wir auch hier nach Abbildung 4 einen Tiefpass aufgebaut und zunächst die Frequenzabhängigkeit für verschiedene Kondensatoren und Widerstände beobachtet. Auch hier haben wir eine analoge Messreihe aufgenommen, um diese mit theoretischen Ergebnissen zu vergleichen.

3.3 Bandpass

Nachdem Hochpass und Tiefpass ausführlich untersucht wurden, haben wir zwei mögliche Aufbauten für einen Bandpass untersucht. Die Schaltskizzen hierzu sind Abbildung 5 zu entnehmen.

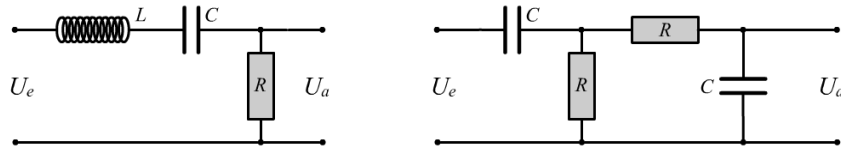


Abbildung 5: Zwei mögliche Aufbauten eines Bandpasses.

Wieder analog zum Hochpass und Tiefpass haben wir auch hier für beide Aufbauten je eine Messreihe zur Messung der Abhängigkeit von Eingangs- und Ausgangsspannung zur Frequenz aufgenommen.

3.4 Spannungsverlauf bei Rechteckspannung

Abschließend haben wir uns noch für den Spannungsverlauf am Ausgang interessiert, wenn wir eine Rechteckspannung am Eingang anlegen. Dazu haben wir nochmals jeweils Hochpass und Tiefpass aufgebaut, mit dem Funktionsgenerator eine Rechteckspannung erzeugt und damit die Ausgangsspannung am Oszillograph beobachtet.

4 Auswertung

4.1 Hochpass

Zunächst war gut zu beobachten, dass bei unserem Aufbau für kleine Eingangsfrequenzen nur eine Ausgangsspannung mit sehr kleiner Amplitude entstand. Der Anstieg und das Maximum der Amplitude am Ausgang variierte erwartungsgemäß mit unterschiedlichen Kondensatoren und Widerständen.

Auch die erwartete Phasenverschiebung von

$$\varphi = \arctan \frac{1}{\omega RC}$$

war gut zu beobachten.

Nun haben wir eine Messreihe für einen Widerstand von $R = 1000 \Omega$ und einen Kondensator der Kapazität $C = 4 \mu F$ ausgemessen. Die eingestellte Frequenz konnte durch der Relation

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

in die Kreisfrequenz ω umgerechnet werden. Die Theorie besagt für einen Hochpass den folgenden Verlauf von Ausgangs- zur Eingangsspannung in Abhängigkeit von ω voraus:

$$\frac{|U_a|}{|U_e|}(\omega) = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}.$$

Unsere Messreihe zusammen mit dem theoretisch erwarteten Graphen haben wir in Abbildung 6 aufgetragen.

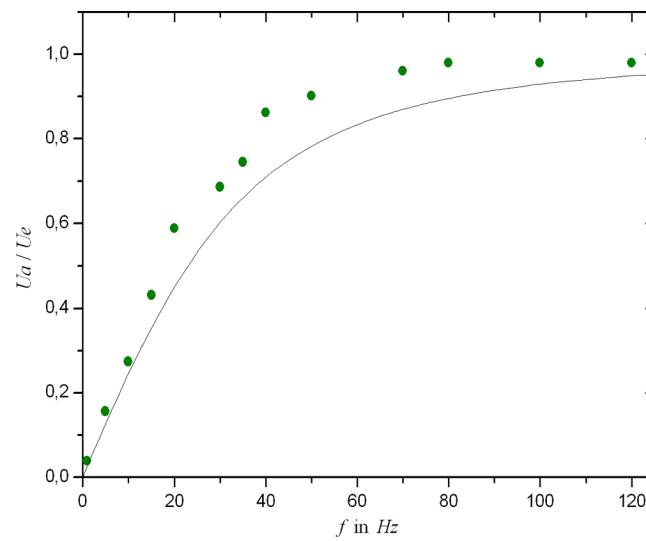


Abbildung 6: Gemessener und theoretischer Verlauf beim Hochpass.

4.2 Tiefpass

Auch beim Tiefpass war gut zu beobachten, wie hohe Frequenzen unterdrückt werden. Die erwartete Phasenverschiebung von

$$\varphi = -\arctan \omega RC$$

war deutlich zu sehen.

Wir haben eine Messreihe für einen Widerstand von $R = 100 \Omega$ und einen Kondensator der Kapazität $C = 4 \mu F$ aufgenommen. Die Theorie besagt für einen Tiefpass den folgenden Verlauf von Ausgangs- zur Eingangsspannung in Abhängigkeit von ω voraus:

$$\frac{|U_a|}{|U_e|}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}.$$

Unsere Messreihe zusammen mit dem theoretisch erwarteten Graphen haben wir in Abbildung 7 aufgetragen.

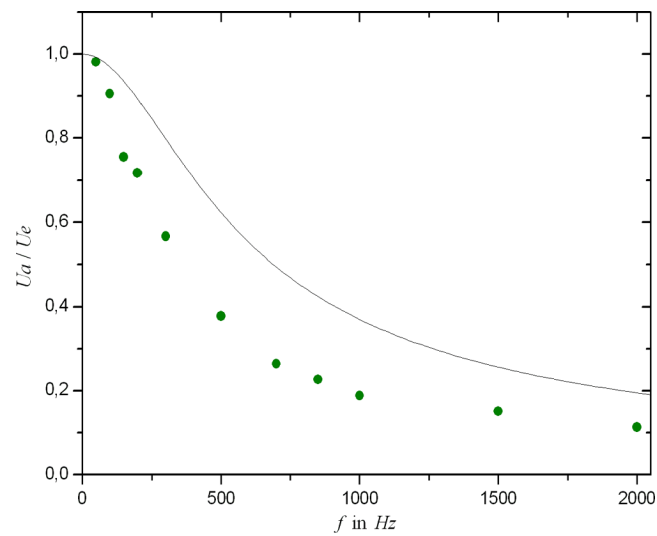


Abbildung 7: Gemessener und theoretischer Verlauf beim Tiefpass.

4.3 Bandpass

Beim Bandpass haben wir zunächst den linken Aufbau aus Abbildung 5 verwendet und eine Messreihe mit einem Widerstand von $R = 100 \Omega$, einem Kondensator der Kapazität $C = 4 \mu F$ und einer Spule mit der Induktivität $L = 9 mH$ aufgenommen.

Theoretisch erwarten wir einen Verlauf von Ausgangs- zur Eingangsspannung in Abhängigkeit von ω gemäß

$$\frac{|U_a|}{|U_e|}(\omega) = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}.$$

Unsere Messreihe zusammen mit dem theoretisch erwarteten Graphen haben wir in Abbildung 8 aufgetragen.

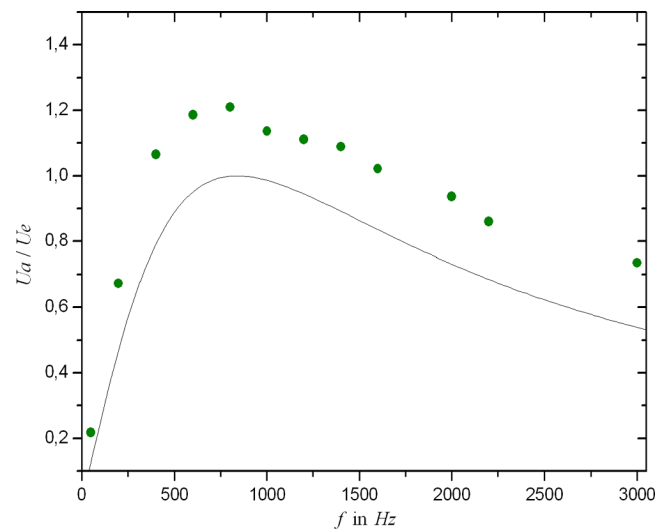


Abbildung 8: Gemessener und theoretischer Verlauf beim Bandpass 1.

Nun haben wir noch einen zweiten Bandpass nach dem rechten Aufbau aus Abbildung 5 aufgebaut. Hierbei haben wir zwei Kondensatoren der Kapazität $C = 4 \mu F$ und zwei Widerstände mit je $R = 100 \Omega$ verwendet. Der erwartete Verlauf ist damit

$$\frac{|U_a|}{|U_e|}(\omega) = \frac{\omega RC}{1 + \omega^2 R^2 C^2}.$$

Unsere Messreihe zusammen mit dem theoretisch erwarteten Graphen haben wir in Abbildung 9 aufgetragen.

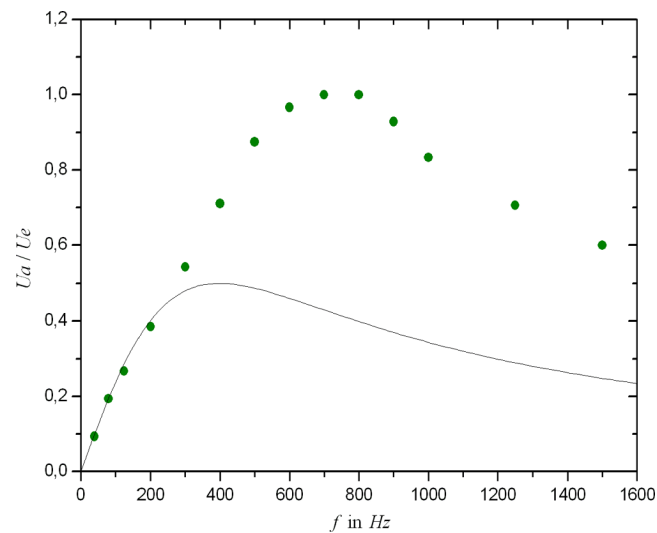


Abbildung 9: Gemessener und theoretischer Verlauf beim Bandpass 2.

4.4 Spannungsverlauf bei Rechteckspannung

Den beobachteten Spannungsverlauf am Ausgang von Hochpass und Tiefpass beim Anlegen einer Rechteckspannung als Eingang haben wir schemenhaft in Abbildung 10 veranschaulicht.

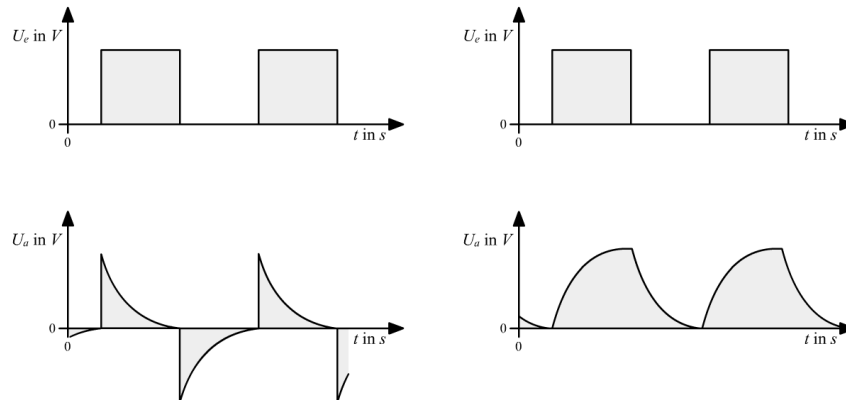


Abbildung 10: Spannungsverlauf beim Anlegen einer Rechteckspannung an Hochpass (links) und Tiefpass (rechts).

Beim Hochpass gilt

$$U_A = \frac{dQ}{dt} \cdot R = RC \cdot \frac{dU_e}{dt},$$

die Ausgangsspannung ist also proportional zur zeitlichen Ableitung der Eingangsspannung. Deshalb wird der Hochpass auch als **Differenzierglied** bezeichnet.

Beim Tiefpass gilt analog

$$U_a = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \cdot \int I dt = \frac{1}{RC} \cdot (U_e - U_a) dt,$$

die Ausgangsspannung ist also proportional zum Integral über die Differenz $U_e - U_a$. Daher heißt der Tiefpass auch **Integrierglied**.

5 Diskussion und didaktische Einordnung

Schon im Theorieteil haben wir versucht die Inhalte schülergerecht zu präsentieren. Daher wurde ganz bewusst auf eine Schreibweise der Impedanz als komplexe Zahl verzichtet. Dadurch können die Richtungen der Vektoren im Phasendiagramm nicht mathematisch anhand der komplexen Zahlenebene erklärt werden.

Die gemessenen Daten beim Hochpass und Tiefpass konnten recht einfach aufgenommen und auch einfach für die Auswertung verwertet werden. Es ist schön zu erkennen, dass die gemessenen Werte mit der Theorie bis auf übliche Messungenauigkeiten übereinstimmen. Mögliche Fehlerquellen sind vor allem Ablesefehler, die Amplitude konnte teilweise nur grob bestimmt werden. Außerdem konnte keine Aussage über den Fehler des Frequenzgebers gemacht werden, auch

hier war die Frequenz nicht eindeutig einstellbar. Insgesamt sind Hochpass und Tiefpass aber zwei anschauliche Bauteile, die vor allem das Verständnis für Wechselstrom fördern. Zudem sollte auch für Schüler an dieser Stelle die große Anzahl von Anwendungsmöglichkeiten zu erkennen sein.

Beim Bandpass stimmt der erste Aufbau recht gut mit der Theorie überein. Beim zweiten Aufbau erhalten wir jedoch eine recht große Abweichung von teilweise fast 60%. Trotzdem ist der zweite Aufbau für Schüler vermutlich sehr viel überschaubarer und besser zu verstehen: Hier wurden einfach Tiefpass und Hochpass hintereinandergeschaltet, so dass recht einfach einsichtig ist, dass nur ein bestimmtes Frequenzband den Aufbau ungehindert passieren kann. Der hier so große Fehler kann dadurch entstanden sein, dass die Fehler aus Hochpass und Tiefpass in diesen Versuchsaufbau einfließen. Da der Fehler jedoch auch recht systematisch aussieht, kann auch ein Fehler unsererseits nicht ausgeschlossen werden, vielleicht haben wir fälschlicherweise einen anderen Kondensator oder Widerstand verwendet.

Insgesamt aber ein schöner Versuch, der jedoch vom Lehrer durchgeführt werden sollte.

5.1 Didaktische Einordnung

In der Schule wird im 5. oder 6. Jahrgang mit der Einführung der Elektrizität begonnen. Hier zeichnen die Schüler einfache Stromkreise und experimentieren mit Glühlampe und Batterie bis hin zum Fahrradlicht als alltägliche Anwendung. Im 7. oder 8. Jahrgang wird in der Elektrizitätslehre zum ersten Mal auf Induktion und Wechselstrom eingegangen. Hier wird auch Spannung an Leitern und die Definition des Widerstandes behandelt, damit verbunden auch das Ohmsche Gesetz. Der Kondensator wird erst in der Oberstufe eingeführt. Auch der Wechselstrom wird hier nach den Grundlagen aus der 7. oder 8. Klasse zum ersten Mal wieder aufgegriffen und tiefergehend behandelt.

Die Grundgedanken des Versuchs sind in der Oberstufe im 12. oder 13. Jahrgang einzuordnen. Experimente zu und Diskussion von Filtern dürfte jedoch einem Leistungskurs vorbehalten sein. Hochpass, Tiefpass und Bandpass sollten jedoch gerade aufgrund ihrer großen Zahl von Anwendungen gerade bei Schülern auf Interesse stoßen, jedoch werden diese Filter nur in wenigen Schulbüchern besprochen.

Trotzdem haben wir in diesen Versuch gesehen, dass schöne und anschauliche Ergebnisse mit nicht zu komplizierten Versuchen erreicht werden können.