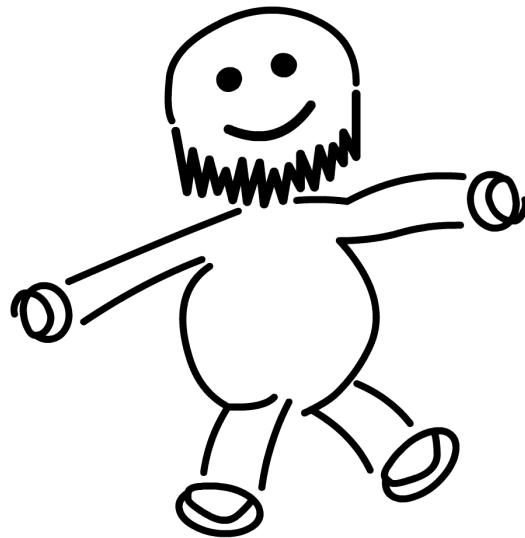


Physikalisches Praktikum für das Hauptfach Physik

Versuch 25

Fresnelsche Formeln und Polarisation

Wintersemester 2005 / 2006



Name:	Daniel Scholz
Mitarbeiter:	Hauke Rohmeyer
E-Mail:	physik@mehr-davon.de
Gruppe:	B9
Assistent:	André Holz
Durchgeführt am:	14. Februar 2006
Protokoll abgeben:	15. Februar 2006
Protokoll verbessert:	—

Testiert: _____

1 Einleitung

Dieser Versuch behandelt die Polarisierung von Licht und das Verhältnis der Lichtintensität vom einfallenden, reflektierten und gebrochenen Strahl. Dieses Verhältnis lässt sich durch die **Fresnelschen Formeln** beschreiben.

Beiden Eigenschaften des Lichtes werden in diesem Versuch benutzt, um den **Brewsterwinkel** zu bestimmen.

2 Theorie

2.1 Polarisation

Licht ist eine elektromagnetische Welle. Elektrischer und magnetischer Feldvektor \vec{E} und \vec{B} schwingen gleichphasig und sowohl senkrecht zueinander als auch senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Dies bedeutet, dass elektromagnetische Wellen **Transversalwellen** sind, was man durch die Maxwell-Gleichungen einsehen kann. Hätte der magnetische Feldvektor eine Komponente in Ausbreitungsrichtung, so hätte das magnetische Feld Quellen und Senken. Dies steht aber im Widerspruch zu der Maxwellschen Gleichung

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0,$$

nach der das Magnetfeld quellenfrei ist. Selbiges gilt für eine Elektromagnetische Welle, wenn sie sich durch den ladungsfreien Raum bewegt:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0.$$

Die **Polarisation** wird nach der Schwingungsrichtung des elektrischen Feldvektors definiert. Da elektromagnetische Wellen Transversalwellen sind, lassen sie sich polarisieren. Man unterscheidet drei Arten von Polarisation:

- (1) **Lineare Polarisation:** Der Feldvektor zeigt immer in eine feste Richtung, bzw. in die entgegengesetzte Richtung und ändert dabei seinen Betrag periodisch mit einer bestimmten Amplitude.
- (2) **Elliptische Polarisation:** Der Feldvektor rotiert um den Wellenvektor und ändert dabei periodisch seinen Betrag. Die Spitze des Feldvektors beschreibt dabei eine Ellipse.
- (3) **Zirkulare Polarisation:** Spezialfall der elliptischen Polarisation, bei der der Feldvektor einen Kreis beschreibt, also seinen Betrag nicht verändert.

Überlagert man zwei linear polarisierte Wellen, bei denen die E -Vektoren senkrecht zueinander mit einer Phasendifferenz von $\pi/2$ schwingen, so erhält man zirkular polarisiertes Licht.

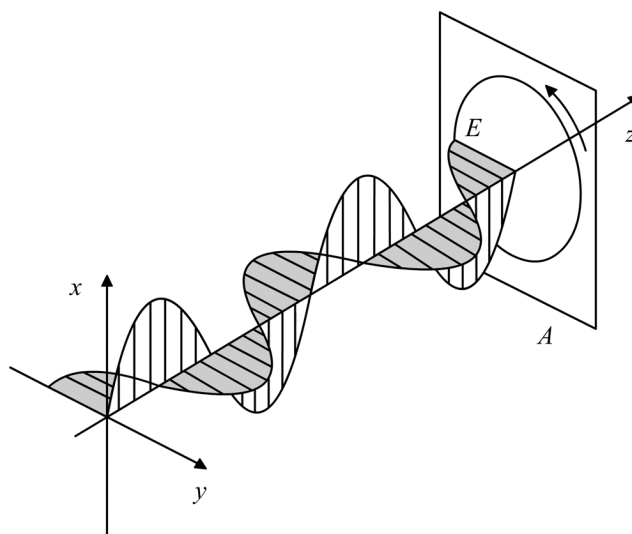


Abbildung 1: Entstehung von zirkular polarisiertem Licht.

Ist die Phasendifferenz ungleich $\pi/2$, erhält man elliptisch polarisiertes Licht.

Brechung und Reflexion von Licht

Wechselt ein Lichtstrahl das Medium in dem es sich ausbreitet, so wird ein Teil an der Grenzfläche reflektiert, ein anderer Teil des Lichtes wird gebrochen. Die **Brechzahl** [oder **Brechungsindex**] n eines Mediums bezeichnet das Verhältnis zwischen der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c_0 und der Lichtgeschwindigkeit im betreffenden Medium c_n :

$$n := \frac{c_0}{c_n}.$$

Ist die Brechzahl n_1 des eines Mediums höher als die Brechzahl n_2 eines anderen Mediums, so ist das erste Medium **optisch dichter** als das zweite, welches im Gegensatz zum ersten Medium **optisch dünner** ist. Breitet sich Licht von einem optisch dünneren in ein optisch dichteres Medium aus, so wird der Lichtstrahl zum Lot hin, andernfalls vom Lot weg gebrochen. Der Brechungswinkel, welcher auch vom Einfallswinkel abhängt, kann durch das **Snelliussche Brechungsgesetz** berechnet werden, welches wir nun herleiten wollen.

2.2 Snelliussches Brechungsgesetz

Nach dem Huygenschen Prinzip ist jeder Punkt einer bestehenden Wellenfront Ausgangspunkt einer neuen kugelförmigen Elementarwelle. Die Einhüllende aller Elementarwellen ergibt die Wellenfront zu einem späteren Zeitpunkt.

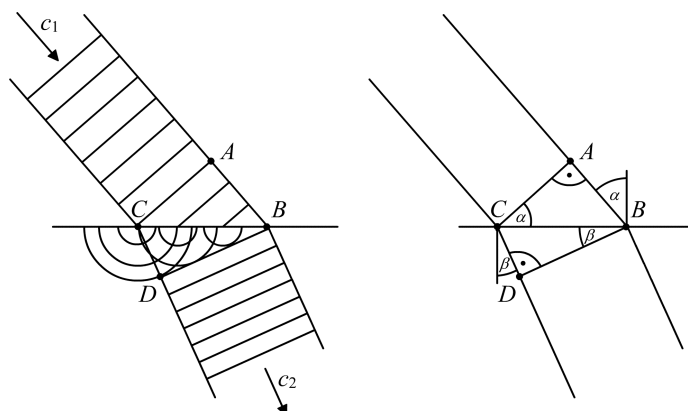


Abbildung 2: Geometrische Herleitung des Brechungsgesetzes.

In verschiedenen Medien ändert sich die Geschwindigkeit des Lichtes. Sei c_0 die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, diejenige im oberen Medium c_1 und die im unteren c_2 [vergleiche Abbildung 2]. Die Schnittpunkte der ursprünglichen Welle mit der Grenzfläche zum unteren Medium sind die Ausgangspunkte der Huygenschen Kugelwellen. Für die Brechungswinkel α und β gilt

$$\sin \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{CB}} \quad \text{und} \quad \sin \beta = \frac{\overline{CD}}{\overline{CB}}.$$

Trifft eine Wellenfront im Punkt C auf die Grenzfläche, so vergeht noch die Zeit $t = \overline{AB}/c_1$, bis auch Punkt B von der Wellenfront erreicht wird. Inzwischen hat die Kugelwelle, die von C ausging, den Weg $\overline{CD} = c_2 t$ zurückgelegt. Mit den Brechungsindizes $n_1 = c_0/c_1$ und $n_2 = c_0/c_2$ folgt

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\overline{AB}/\overline{CD}}{tc_2} = \frac{tc_1}{tc_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Daraus folgt das Snelliussche Brechungsgesetz

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta.$$

2.3 Fresnelsche Formeln

Die Fresnelschen Formeln beschreiben die Intensität des reflektierten und des gebrochenen Strahls. Wir bezeichnen mit E_e , E_r und E_g den einfallenden, den reflektierten und den gebrochenen Lichtstrahl. Das **Reflexionsverhältnis** $\rho = E_r/E_e$ ist das Verhältnis zwischen einfallendem und reflektiertem Strahl, die **Durchlässigkeit** $\sigma = E_g/E_e$ jenes zwischen gebrochenem und einfallendem Strahl.

Steht \vec{E} senkrecht zur Einfallsebene, so gilt

$$\rho_s = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \quad \text{und} \quad \sigma_s = \frac{2 \sin(\beta) \cos(\alpha)}{\sin(\alpha + \beta)}. \quad (1)$$

Steht \vec{E} parallel zur Einfallsebene, so gilt

$$\rho_p = -\frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)} \quad \text{und} \quad \sigma_p = \frac{2 \sin(\beta) \cos(\alpha)}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)}. \quad (2)$$

Dies sind die Fresnelschen Formeln, auf deren Beweis wir an dieser Stelle verzichten¹.

2.4 Brewsterwinkel

Stellt man das Snelliusche Brechungsgesetz nach β um und setzt das Ergebnis in die Fresnelschen Formeln ein, so kann man den Reflexionskoeffizienten $|\rho|$ als Funktion des Einfallswinkels α berechnen.

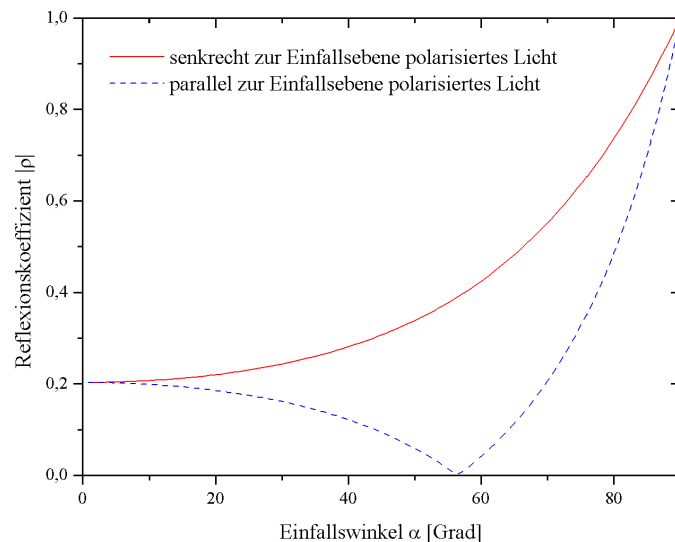


Abbildung 3: Reflexionsvermögen in Abhängigkeit vom Einfallswinkel für $n = 1.51$.

Trägt man nun den Reflexionskoeffizienten gegen den Einfallswinkel an der Grenzfläche zwischen Luft und Kronglas² auf, kann man beobachten, dass das Reflexionsvermögen in einem bestimmten Winkel bei parallel zur Einfallsebene polarisiertem Licht verschwindet. Dies ist, wie aus Gleichung (2) für ρ_p abzulesen ist, der Fall, wenn $\alpha + \beta = 90^\circ$. Dies gilt wiederum genau dann, wenn der reflektierte und der gebrochene Strahl im Winkel von 90° zueinander stehen. Dies ist der sogenannte **Brewsterwinkel**, bei welchem

¹ Siehe hierzu D.Meschede (2001): "Gerthsen Physik", 21. Auflage, Springer Verlag Berlin, Seite 547 f.

² Luft hat einen Brechungsindex von $n = 1,000292 \approx 1$, Kronglas hat einen Brechungsindex von $n = 1.51$.

das einfallende, parallel zur Oberfläche polarisierte, Licht vollständig durch die Oberfläche dringt. Das Licht mit senkrechter Polarisation wird hingegen teilweise reflektiert. Das reflektierte Licht ist somit vollständig linear polarisiert. Man benutzt den Brewsterwinkel unter anderem bei Lasern, um den Lichtstrahl linear zu polarisieren.

Man kürzt den Brewsterwinkel oft mit θ_B ab. Weil der Einfallswinkel gleich dem Reflexionswinkel ist, gilt

$$\beta = 90^\circ - \theta_B$$

und somit folgt mit dem Snelliusschen Brechungsgesetz

$$n_1 \sin \theta_B = n_2 \sin(90^\circ - \theta_B) = n_2 \cos \theta_B .$$

Hieraus folgt ein Zusammenhang zwischen dem Brewsterwinkel und dem Brechungsindex

$$\tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1} . \quad (3)$$

2.5 Totalreflexion

Strahlt Licht von einem optisch dichteren in ein optisch dünneres Medium, so wird ab einem bestimmten Einfallswinkel das Licht nicht mehr gebrochen, sondern total reflektiert. Diesen Sachverhalt kann man durch das Snelliussche Brechungsgesetz herleiten. Für den Einfallswinkel α gilt

$$\sin \alpha = \frac{n_2}{n_1} \sin \beta .$$

Es gilt stets $\sin \beta \leq 1$ und somit folgt

$$\sin \alpha \leq \frac{n_2}{n_1} .$$

Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so findet anstatt der Brechung die Totalreflexion statt.

2.6 Polarisation durch Doppelbrechung

Die meisten durchsichtigen Materialien sind *isotrop*. Das bedeutet, dass die Lichtgeschwindigkeit in ihnen in jeder Richtung gleich groß ist. Bei einigen Materialien hängt die Lichtgeschwindigkeit jedoch von der Polarisations- und Ausbreitungsrichtung in ihnen ab. Man nennt diese Materialien *anisotrop*. Trifft ein Lichtstrahl in ein anisotropes Material ein, findet eine *Doppelbrechung* statt. Der Lichtstrahl wird in zwei Strahlen aufgespaltet: In einen *ordentlichen Strahl* und in einen *außerordentlichen Strahl*. Diese beiden Strahlen breiten sich im Allgemeinen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten aus. Aufgrund der unterschiedlichen Brechungsindizes für

verschiedene Ausbreitungsgeschwindigkeiten werden ordentlicher und außerordentlicher Strahl somit auch verschieden stark gebrochen.

In einem doppelbrechendem Material gibt es eine ausgezeichnete Richtung, in der die beiden Strahlen dieselbe Ausbreitungsgeschwindigkeit haben. Man nennt sie *optische Achse*. Der ordentliche Strahl wird im doppelbrechenden Material senkrecht zur optischen Achse polarisiert und breitet sich wie in einem nicht doppelbrechendem Material aus. Die Polarisationsrichtungen von ordentlichem und außerordentlichem Strahl stehen immer senkrecht zueinander.

Ein anisotroper Kristall ist Kalkspat, welcher bei einem *Nicolschen Prisma* Verwendung findet.

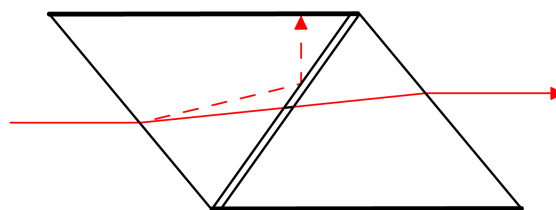


Abbildung 4: Strahlengang im Nicol-Prisma.

Der Kristall wird diagonal zersägt und mit Kanadabalsam wieder zusammengekittet. Kanadabalsam ist ein transparent austrocknendes Baumharz, dessen Brechungsindex im ausgehärteten Zustand nahe dessen vom außerordentlichen Strahl im Kalkspat liegt. Die optische Achse liegt senkrecht zur Einfallrichtung des Lichtes. Beim Einfall werden ordentlicher und außerordentlicher Strahl unterschiedlich stark gebrochen: Ein Strahl wird an der Kittfläche total reflektiert und an der geschwärzten Außenwand absorbiert, der andere Strahl wird leicht parallel verschoben und tritt polarisiert aus dem Prisma wieder heraus.

3 Durchführung

Der Versuchsaufbau besteht aus einer Quecksilberdampfampe, deren Licht durch einen Polarisator auf ein Prisma geleitet wird. Dieses Prisma liegt auf einem Tischchen, welches durch die Drehung eines Schwenkarmes um den halben Drehwinkel mitgedreht wird. An dem Schwenkarm sind hintereinander ein Analysator und ein Okular befestigt. Der Schwenkarm dreht das Tischchen immer genau so, dass das aufs Prisma fallende Licht immer auf das Okular gebrochen wird.

Der Versuch besteht nun aus folgenden Schritten:

- (1) Ohne das Prisma im Strahlengang werden Polarisator und Analysator gerade hintereinander gedreht. Die Linsen werden so justiert, dass das grüne Lichtbündel scharf auf das Okular abgebildet wird.

- (2) Das Nicolsche Prisma wird so auf das Tischchen gelegt, dass die Polarisationsrichtung vertikal zur Einfallsebene liegt. Der Analysator wird aus dem Strahlengang entfernt und der Polarisator so gedreht, dass im Okular Dunkelheit herrscht. Die Polarisationsrichtung des Polarisators steht nun parallel zur Einfallsebene. Aus dieser Stellung wird der Polarisator um 45° verdreht.
- (3) Der Einfallswinkel wird auf 90° eingestellt und das Fadenkreuz im Okular durch Verstellen des Feintriebes ausgerichtet. Nun wird der Einfallswinkel auf 45° gestellt. Ist der Spalt immer noch unter dem Fadenkreuz, so ist das Prisma richtig justiert. Ansonsten muss das Prisma anders ausgerichtet werden, bis bei beiden Positionen der Spalt unter dem Fadenkreuz liegt. Die Justierung des Prisma muss sehr exakt geschehen.
- (4) Der Analysator wird wieder in den Strahlengang eingefügt. Die Drehung der Schwingungsebene des Lichtbündels wird in Abhängigkeit des Einfallswinkels α in Schritten von $2,5^\circ$ gemessen, solange bis im Okular Dunkelheit herrscht. Die Analysatorstellung bei $\alpha = 90^\circ$ bildet den Nullpunkt der Drehung der Schwingungsebene.
- (5) Wie unter (2) beschrieben wird die Polarisationsrichtung parallel zur Einfallsebene justiert. Der Einfallswinkel, unter welchem die Intensität des reflektierten Strahls verschwindet, wird 5 mal gemessen.

4 Auswertung

4.1 Brechungsindex aus der Drehung der Schwingungsebene

Dreht man den Schwenkarm der Apparatur um $\varphi = 1^\circ$, so dreht sich das Tischchen um $0,5^\circ$. Die Nullposition des Schwenkarmes ist diejenige Position, in welcher der Einfallswinkel α am Prisma gleich 90° ist. Somit gilt

$$\alpha = 90^\circ - \frac{\varphi}{2}.$$

Die Analysatorstellung bei $\alpha = 90^\circ$ [also $\varphi = 0^\circ$] bildet den Nullpunkt für die Drehung γ der Schwingungsebene. Somit muss die anfängliche Analysatorstellung von allen Messwerten abgezogen werden.

Die theoretischen Werte kann man mit Hilfe des Snelliuschen Brechungsgesetzes und den Fresnelschen Formeln berechnen. Der reflektierte Strahl setzt sich aus senkrecht und parallel zur Einfallsebene polarisiertem Licht zusammen. Die Polarisationsrichtungen stehen senkrecht aufeinander.

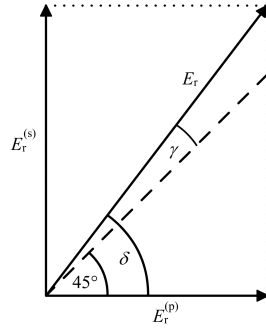


Abbildung 5: Zerlegung des reflektierten Strahles.

Aus Abbildung 5 erkennt man, dass

$$\tan \delta = \frac{E_r^{(s)}}{E_r^{(p)}}$$

gilt. Der E-Vektor war im Versuch schon um 45° gedreht, somit folgt $\delta = \gamma + 45^\circ$. Mit den Fresnelschen Formeln ergibt sich

$$\begin{aligned} \tan(\gamma + 45^\circ) &= \frac{E_r^{(s)}}{E_r^{(p)}} = - \frac{\sin(\alpha - \beta) \tan(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha + \beta) \tan(\alpha - \beta)} \\ &= - \frac{\sin(\alpha - \beta) \sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta)} \\ &= - \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Im Versuch haben wir die Reflexion von Licht zwischen Luft und Kron-
glas beobachtet. Mit dem Brechungsindex von Luft $n_1 \approx 1$ und dem Bre-
chungsindex von Kron-
glas $n_2 = 1,51$ definieren wir $n := n_2/n_1$. Nach dem
Snelliuschen Brechungsgesetz gilt dann $n = \sin \alpha / \sin \beta$ und somit folgt

$$\beta = \arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{n}\right).$$

Setzen wir dies in (4) ein und formen nach γ um, so erhalten wir

$$\gamma = \arctan\left(-\frac{\cos\left(\alpha - \arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{n}\right)\right)}{\cos\left(\alpha + \arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{n}\right)\right)}\right) - 45^\circ$$

Bei der Berechnung der theoretischen Werte bemerken wir, dass der Winkel γ zwischen $\alpha = 55^\circ$ und $\alpha = 57,5^\circ$ den Quadranten wechselt. Dies kann behoben werden, indem wir einfach 180° zu diesen Werten hinzuaddieren. Später bemerken wir, dass dies gerade bei dem Brewsterwinkel geschieht. In Abbildung 6 tragen wir unsere Messwerte und die theoretischen Werte der Drehung der Schwingungsebene gegen den Einfallswinkel α auf.

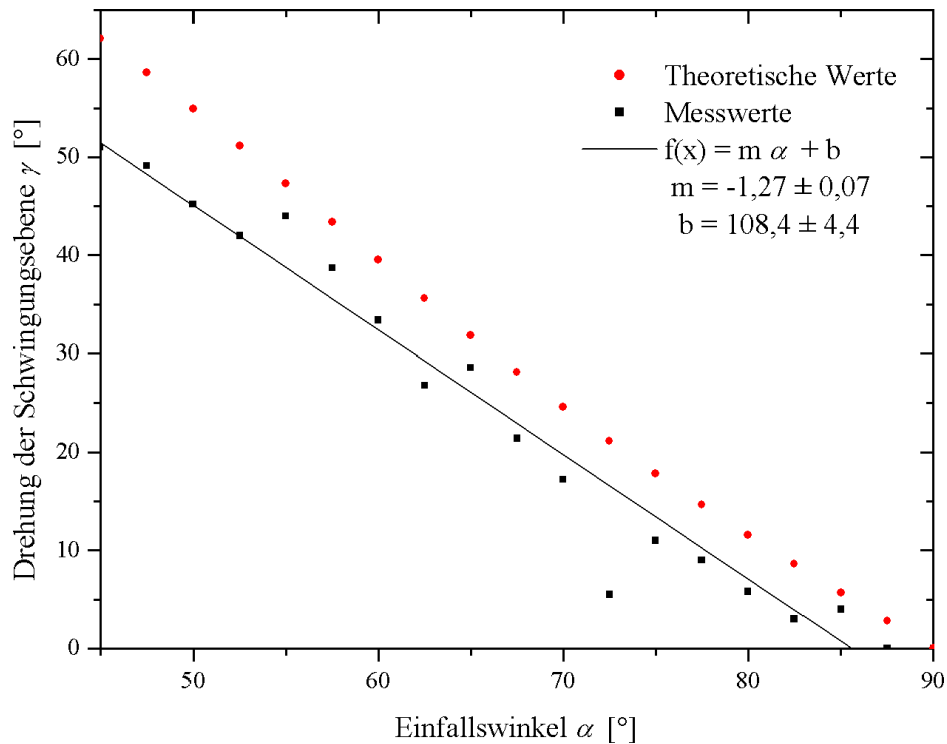


Abbildung 6: Auftragung der Messwerte und der theoretischen Werte.

Für $\gamma = 45^\circ$ ist der reflektierte Strahl senkrecht zur Einfallsebene polarisiert. Daher muss in diesem Fall der Einfallswinkel gleich dem Brewsterwinkel sein. Der Zusammenhang von γ und α ist näherungsweise linear. Somit können wir eine lineare Regression durchführen und erhalten

$$\gamma = -(1,27 \pm 0,07) \cdot \alpha + (108,4 \pm 4,4).$$

Setzen wir in unsere Regressionsgerade $\gamma = 45^\circ$ ein, können wir also den Brewsterwinkel $\alpha = \theta_B$ berechnen. Es gilt

$$\theta_B = \frac{45^\circ - b}{m}, \quad \text{mit} \quad \sigma_{\theta_B} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{m}\right)^2 + \sigma_m^2 \left(\frac{45^\circ - b}{m^2}\right)^2}.$$

Wir erhalten

$$\theta_B = (50 \pm 4,5)^\circ.$$

Nach (3) gilt für den Brechungsindex n des Prismas

$$n = \frac{n_2}{n_1} = \tan(\theta_B).$$

Der zugehörige Fehler ergibt sich durch

$$\sigma_n = \frac{\sigma_{\theta_B}}{\cos(\theta_B)^2}.$$

Wir berechnen

$$n = 1,2 \pm 0,2.$$

Der Literaturwert³ liegt bei

$$n = 1,51 \pm 0,005.$$

Somit liegt der wahre Brewsterwinkel des Prismas bei

$$\theta_B = \arctan(n) \approx 56,49^\circ.$$

Unser Wert ist etwas zu klein, was uns aber nicht verwundert, da es sehr schwer war den richtigen Wert für γ zu finden und das von uns verwendete Prisma stark beschädigt war. In Abbildung 6 kann man auch sehen, dass unsere Messwerte stark streuen. Wir bemerken, dass unsere Messwerte alle unter den theoretischen Werten liegen. Es kann sich also auch um einen systematischen Fehler handeln.

4.2 Brechungsindex aus direkter Bestimmung von θ_B

Bei der direkten Bestimmung des Brewsterwinkels gehen wir von einem jeweiligen Fehler von $\sigma_{\theta_B} = 2^\circ$ aus. Berechnen wir den Mittelwert unserer Messungen, erhalten wir

$$\theta_B = (58,72 \pm 2)^\circ.$$

und somit einen Brechungsindex von

$$n = 1,64 \pm 0,13.$$

Der Literaturwert liegt also im Fehlerbalken unserer Messung.

5 Diskussion

Vergleich der Werte

Der aus der direkten Messung bestimmte Brewsterwinkel liegt trotz des großen Fehlers näher am Literaturwert. Dies ist nicht verwunderlich, da das Einstellen von γ mit großen Fehlern behaftet war. Wir wundern uns jedoch, dass der Fehler der linearen Regression nicht größer ist, obwohl unsere Werte teilweise stark streuen und der untersuchte Zusammenhang eigentlich nicht linear ist.

³ Peter Schaaf (2005): "Das Physikalische Praktikum". Universitätsdrucke Göttingen, Seite 185.

Eigene Kommentare

[Na die Auswertung war ja mal auch fair.]_{Daniel}

[Wir erkennen, dass die Physik lieber mehr Geld für neue Prismen als für einstürzende Neubauten ausgeben sollte. Der Versuch war nach langer Justierung fix gemacht, das scheinen die Optik-Versuche so an sich zu haben. Die Auswertung war auch nicht zu lang.]_{Hauke}