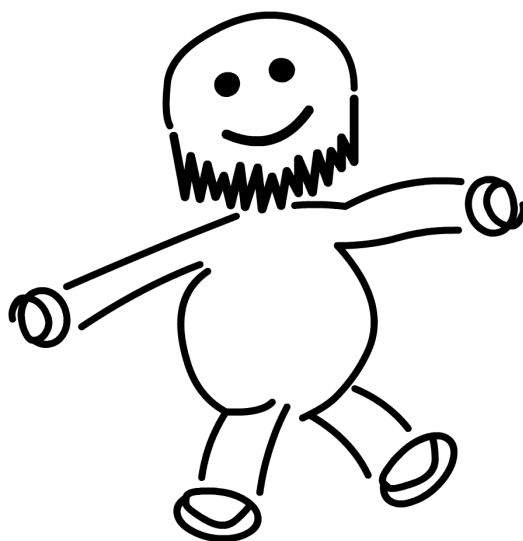


Physikalisches Praktikum für das Hauptfach Physik

Versuch 18

Der Transformator

Wintersemester 2005 / 2006



Name:	Daniel Scholz
Mitarbeiter:	Hauke Rohmeyer
E-Mail:	physik@mehr-davon.de
Gruppe:	B9
Assistent:	Tobias Liese
Durchgeführt am:	30. September 2005
Protokoll abgeben:	04. Oktober 2005
Protokoll verbessert:	—

Testiert: _____

1 Einleitung

In diesem Versuch wollen wir uns mit einem wichtigen elektronischen Bauteil beschäftigen, dem Transformator. Dieser ist bekanntermaßen ein Gerät zur verlustarmen Transformation von Wechselspannungen und -strömen sowie zur Leistungsanpassung. Bei der Transformation wird die Amplitude von Spannung bzw. Strom verändert, nicht aber die Frequenz.

2 Theorie

2.1 Aufbau und Wirkungsweise des Transformators

Ein Transformator besteht im Prinzip aus zwei induktiv über einen Eisenkern gekoppelten Spulen, der Primärspule mit Windungszahl N_1 und Induktivität L_1 und der Sekundärspule mit N_2 und L_2 .

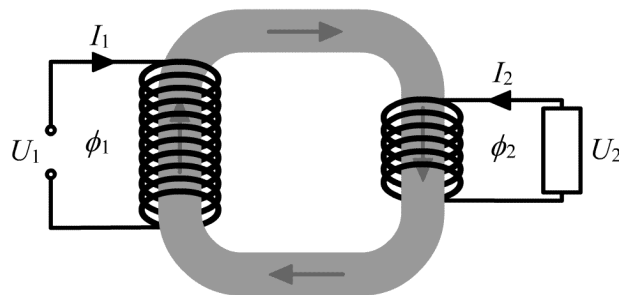


Abbildung 1: Schematische Darstellung eines Transformators.

Liegt an der Primärspule eine Wechselspannung an, so erzeugt diese einen sich ändernden magnetischen Fluss Φ_1 , der durch die Eisenverbindung auch die Sekundärseite durchsetzt. Somit wird in der Sekundärspule eine Spannung induziert, die von einem ohmschen, kapazitiven oder induktiven Verbraucher abgegriffen werden kann. Da dadurch die Sekundärspule ebenfalls einen sich ändernden magnetischen Fluss hervorruft, wirkt das wieder auf die Primärspule zurück.

Einen realen Transformationsvorgang genau zu berechnen, ist so gut wie unmöglich. Deshalb machen wir die Annahme eines verlustfreien [also idealen] Transformators und gehen erst später auf die Vereinfachungen ein.

Idealer unbelasteter Transformator

Um die Sache noch weiter zu vereinfachen, betrachten wir zunächst einen unbelasteten Transformator, das heißt, dass auf der Sekundärseite kein Strom fließt.

Liegt an der Primärspule nun die Spannung U_1 an, so wird in ihr die Spannung

$$U_{int} = -U_1 = -N_1 \frac{d\Phi_1(t)}{dt}$$

induziert mit

$$\Phi_1(t) = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A \cdot N_1}{L_1} \cdot I_1(t),$$

dabei ist A der Querschnitt und L_1 die Länge¹.

Da über den Eisenkern der magnetische Fluss $\Phi_1(t)$ auch die Sekundärspule ohne Verluste durchsetzt, wird hier eine Spannung erzeugt:

$$U_2 = -N_2 \cdot \frac{d\Phi_1(t)}{dt}.$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt unmittelbar das Verhältnis der Primär- und Sekundärspannung:

$$\frac{U_1}{U_2} = -\frac{N_1}{N_2}.$$

Bei diesem ganzen Transformationsprozess wird im Mittel keine elektrische Leistung aufgenommen, da im Primärkreis durch die Spule der Strom wie gewohnt um 90° zur Spannung phasenverschoben ist und im Sekundärkreis kein Strom fließt.

Idealer belasteter Transformator

Ist auf der Sekundärseite ein Verbraucher geschaltet, fließt natürlich auch auf dieser Seite ein Strom. In diesem Fall erzeugt dann die Sekundärspule einen magnetischen Fluss Φ_2 . Dieser würde nach der Lenzschen Regel den magnetischen Fluss Φ_1 schwächen, was aber aufgrund der festgelegten Spannung U_1 nicht möglich ist. Trotzdem muss dieser Fluss kompensiert werden. Das geschieht, indem zum Primärblindstrom I_1 ein phasenverschobener Anteil hinzukommt, der dazu führt, dass die vom Primäranschluß entnommene Leistung nicht mehr Null ist.

Aus dieser Überlegung kann man schließen, dass bei einem ohmschen Widerstand R [der ja den Sekundärstrom nicht weiter phasenverschiebt], das Verhältnis von U_1 zu U_2 wie beim unbelasteten Transformator bleibt. Der Sekundärstrom ist dann leicht zu berechnen:

$$I_2 = \frac{U_2}{R}.$$

Die Stromstärke I_1 lässt sich durch die oben geschilderte Überlegung berechnen, dass zusätzlich zum Leerlaufstrom I_{1L} , der von der Sekundärspule

¹ Dies folgt aus dem Ampèreschen Durchflutungsgesetz für eine unendlich lange Spule.

erzeugte magnetische Fluss Φ_2 durch den Strom kompensiert werden muss. Das heißt

$$\Phi_1(t) = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A_1 \cdot N_1}{L_1} \cdot I_{1B}(t) = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot A_2 \cdot N_2}{L_2} \cdot I_2(t) = \Phi_2(t).$$

Hat man nun zwei Spulen mit gleichen Querschnitt und gleicher Länge, dann gilt

$$\frac{I_{1B}}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}.$$

Daraus ergibt sich I_1 mit

$$I_1 = I_{1L} + \frac{N_2}{N_1} I_2.$$

Als nächstes fragen wir uns, wie die Phasenbeziehung α zwischen I_1 und U_1 ist. Gehen wir davon aus, dass beim unbelasteten Transformator der Phasenwinkel α_0 vorliegt [Im Idealfall wäre $\alpha_0 = 90^\circ$]. Für den Kompensationsstrom gilt, dass er zur Spannung phasengleich ist. Dies folgt nach zweimaliger Anwendung der Lenzschen Regel: U_1 und U_2 sind bei ohmschen Verbrauchern um 180° phasenverschoben. I_2 ist in der gleichen Phase wie U_2 . Somit kann Φ_2 durch einen Strom phasengleich zu U_1 kompensiert werden. Das ergibt folgendes Phasendiagramm:

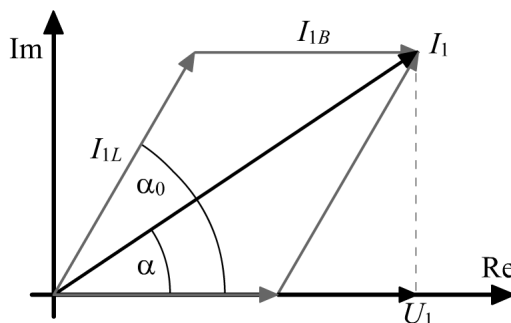


Abbildung 2: Phasendiagramm des Transformators.

Aus diesem leitet sich folgende Formel ab:

$$\tan \alpha = \frac{I_{1L} \cdot \sin \alpha_0}{I_{1L} \cdot \cos \alpha_0 + I_{1B}}.$$

Mit der Phasenverschiebung kann man nun die vom Transformator benötigte Leistung berechnen:

$$P = U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \alpha.$$

Das entspricht der Leistung auf der Sekundärseite, da ja keine Energie verloren geht:

$$P = U_2 \cdot I_2.$$

Verluste

Wie oben schon erwähnt, haben wir viele Verlusteffekte außer Acht gelassen. Das sind zum einen die sogenannten Kupferverluste. Diese treten aufgrund des ohmschen Widerstands der Spulen auf. Hinzu kommen die Streuverluste, da das Magnetfeld nicht nur im Eisenkern entsteht, sondern in geringerem Maße auch außerhalb des Kerns. Je größer jedoch die relative Permeabilität des Eisens ist, desto geringer ist der Verlust. Ein weiterer Punkt sind Eisenverluste, vor allem Hysterese- und Wirbelstromverluste. Deswegen besteht der Eisenkern meist aus dünnen, gegeneinander isolierten Weicheisenblechen.

Stromzange

Eine weitere Anwendungsmöglichkeit des Transformators bietet die Stromzange. Diese dient zur berührungsfreien Messung von Strömen. Dazu umschließt man den stromdurchflossenen Leiter mit der Primärseite, so dass eine Spannung in die Primärspule des Transformators induziert wird. Diese kann dann mit der Sekundärspule so transformiert werden, dass messbare Ströme entstehen.

3 Versuchsdurchführung

3.1 Versuchsaufbau

Die folgende Abbildung zeigt eine Skizze des Versuchsaufbaus.

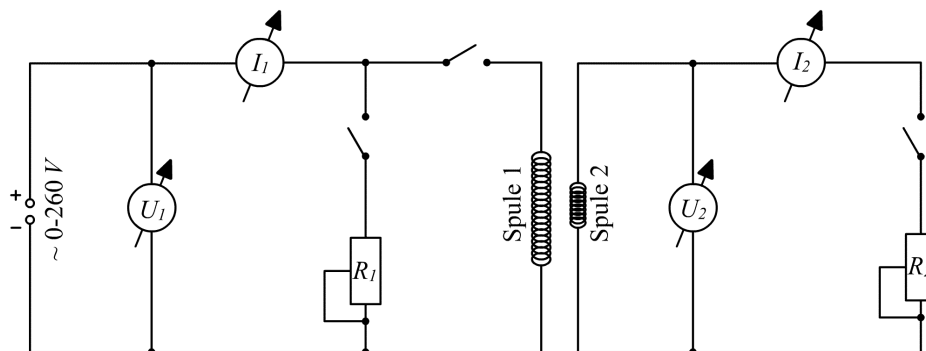


Abbildung 3: Versuchsaufbau.

3.2 Versuchsdurchführung

Unbelasteter Transformator

Bei diesem Versuchsteil ist der Transformator unbelastet, also sind keine Widerstände in Betrieb.

- (1) Durch Regelung der Wechselspannungsquelle werden mindestens 20 Wertepaare von U_1 und I_1 gemessen [auch für hohe Spannungen].
- (2) Gleichzeitig zu (1) messe man U_2 in Abhängigkeit von U_1 .

Danach wird durch Vertauschen der Anschlüsse das Übersetzungsverhältnis des Transformators umgekehrt [Spule 2 wird zur Primärspule, Spule 1 zur Sekundärspule]. U_1 wird in Abhängigkeit von U_2 gemessen. Hierbei ist U_2 nun die Spannung des Primärkreises, für die man Werte bis 20 V verwendet.

Belasteter Transformator

- (3) Spule 1 wird wieder zur Primärspule. Der Sekundärkreis wird geschlossen.

Der Primärkreis ist ohne R_1 geschaltet. Bei $U_1 = 200\text{ V}$ wird I_2 mit Hilfe von R_2 auf einen ganzzahligen Wert zwischen null und fünf Ampère geregelt. Nun wird I_1 notiert.

Die Spannung wird heruntergeregelt und anstelle von Spule 1 wird R_1 in den Primärkreis geschaltet. Bei $U_1 = 200\text{ V}$ wird R_1 so verändert, dass die Stromstärke I_R durch den Widerstand mit dem notierten Wert für I_1 übereinstimmt.

Die Spannung wird heruntergeregelt und Spule 1 parallel zum Widerstand geschaltet. Bei $U_1 = 200\text{ V}$ wird I_{ges} am Messgerät für I_1 abgelesen.

Die einzelnen Schritte werden wiederholt, so dass man am Ende sechs Wertetripel von I_2 , I_R und I_{ges} notiert hat [$I_2 = 0, 1, 2, 3, 4, 5\text{ A}$].

- (4) Die Phasenverschiebung zwischen U_1 und I_1 wird direkt mit dem Oszilloskop beobachtet und ausgedruckt. Hierzu wird die Primärspannung über den Tastkopf [10x] an Eingang 1 des Oszis gelegt. Mit Hilfe der Stromzange wird der Primärstrom am Eingang 2 abgegriffen. Bei der Messung ist R_1 nicht in Betrieb.

Für die gleichen Werte für I_2 wie in (3) werden Ausdrücke angefertigt. Es empfiehlt sich die „Cursor-Funktion“ des Oszis zu nutzen, um die Phasenverschiebung in ms anzeigen zu lassen. Ebenfalls sollte die Periode von U_1 notiert werden.

4 Auswertung

4.1 Unbelasteter Transformator

Der nicht-ideale Transformator

Theoretisch sollte eine Auftragung von U_1 gegen I_1 beim unbelasteten Transformator einen linearen Zusammenhang zeigen.

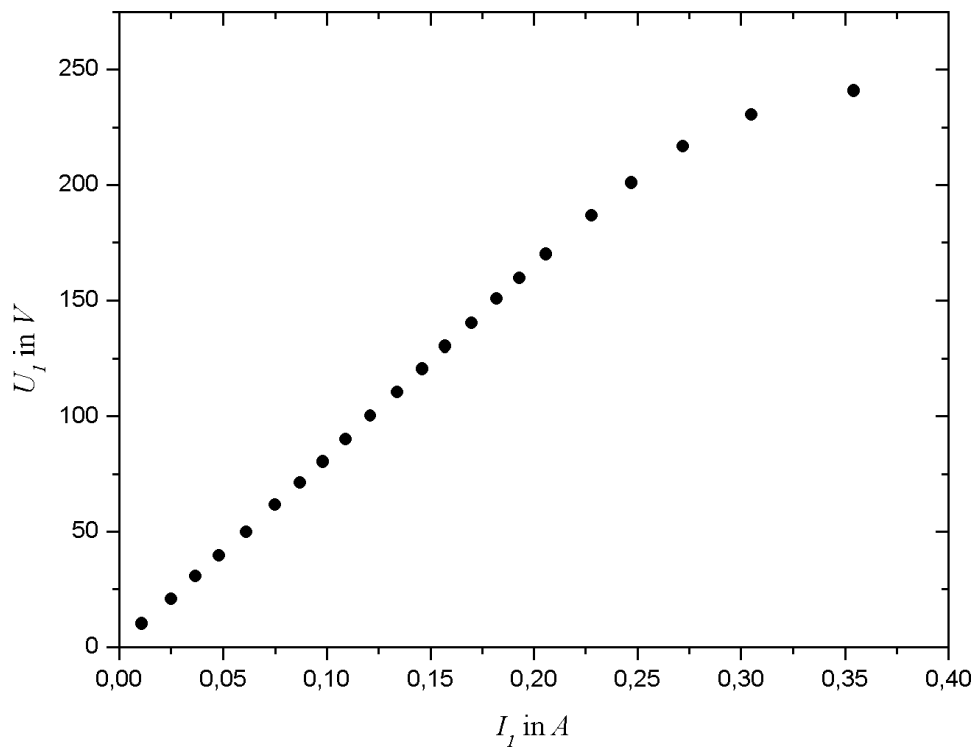


Abbildung 4: Unbelasteter Transformator.

Man erkennt, dass dies für kleine Ströme der Fall ist. Dass dies für große Ströme nicht der Fall ist, liegt unter anderem an der Sättigungsmagnetisierung des Eisenkernes². Der Magnetische Fluss durch den Eisenkern kann nicht mehr anwachsen. Bei der Herleitung der Gleichung für den idealen Transformator wurde dies jedoch außer Acht gelassen.

² siehe Versuch 17: Ferromagnetismus

Das Übersetzungsverhältnis des Transformators

Für das Übersetzungsverhältnis gilt

$$u = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}.$$

Um u zu bestimmen, tragen wir U_2 gegen U_1 auf. Durch lineare Regression erhalten wir $m = U_2/U_1$, also gilt $u = 1/m$. Für den Fehler gilt mit dem Gesetz der Fehlerfortpflanzung $\sigma_u = \sigma_m/m^2$. Dieses Verfahren ist etwas mühsam, aber es spiegelt die Messung wieder, denn wir haben ja U_2 in Abhängigkeit von U_1 gemessen.

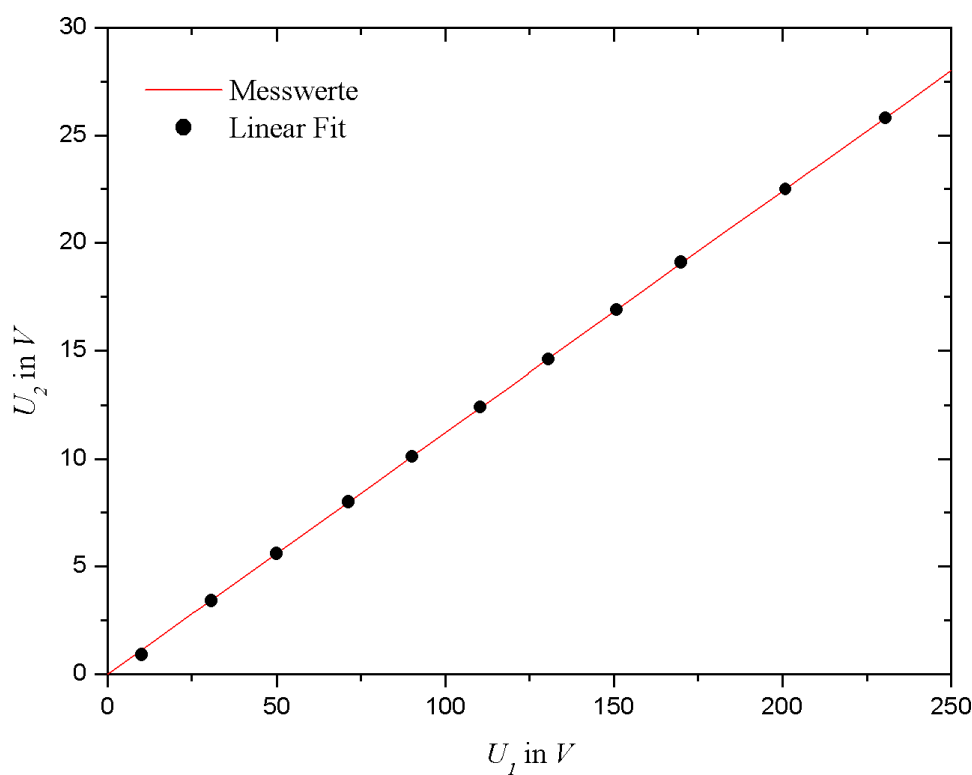


Abbildung 5: Auftragung von U_2 gegen U_1 .

Aus der linearen Regression erhalten wir $m = 0,1121 \pm 0,0002$ und somit $u = 8,93 \pm 0,02$. Da $u > 1$ gilt, wurde die Spannung also hinuntertransformiert.

Bei der zweiten Messung gilt ganz analog $u = 1/m$. Nun tragen wir U_1 gegen U_2 auf, wobei U_2 immer noch die Primärspannung ist. Nur das Übersetzungsverhältnis hat sich umgekehrt.

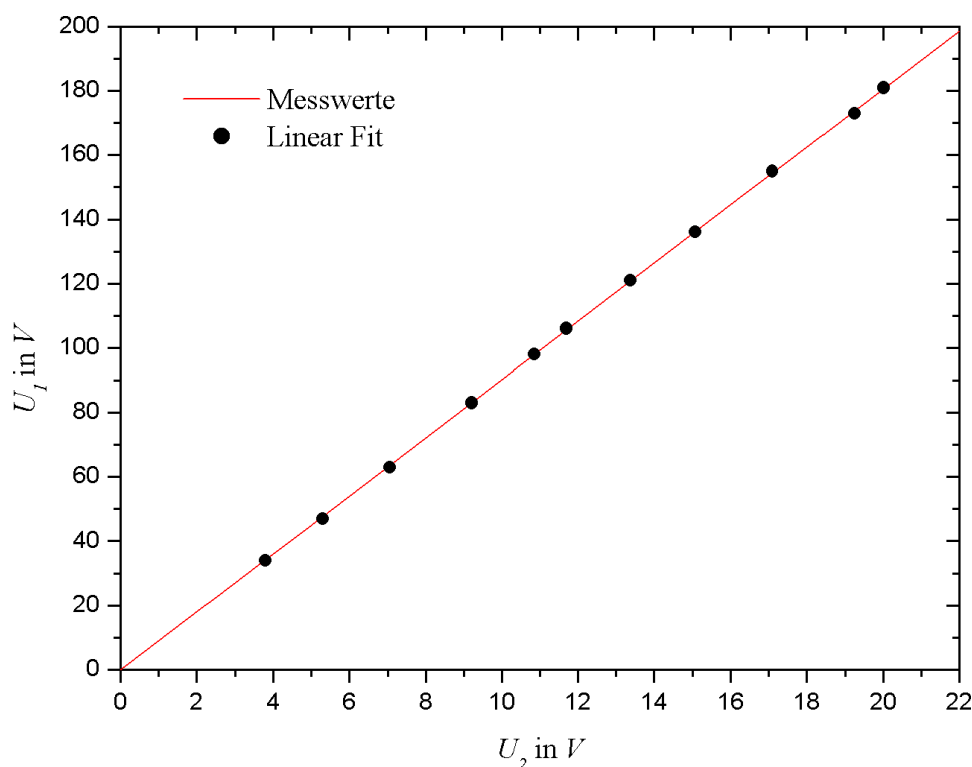


Abbildung 6: Auftragung von U_1 gegen U_2 .

Aus der linearen Regression erhalten wir $m = 9,03 \pm 0,02$ und somit $u = 0,1108 \pm 0,0002$. Da $u < 1$ gilt, wurde die Spannung also hochtransformiert.

Wenn wir von einem ganzzahligen Übersetzungsverhältnis ausgehen, so hat Spule 1 also neunmal so viele Windungen wie Spule 2.

4.2 Belasteter Transformator

Phasenverschiebung durch Messung am Multimeter

Um die Phasenverschiebung zwischen U_1 und I_1 berechnen zu können, zeichnen wir zunächst ein Vektordiagramm. An einem ohm'schen Widerstand sind Spannung und Strom in Phase. Da ein ohm'scher Widerstand in einem Wechselstromkreis nur einen Blindwiderstand hat, hat er nur einen imaginären Anteil. Bei der Messung haben wir den ohm'schen Widerstand immer so eingestellt, dass der Strom der durch ihn hindurchfließt $[I_R]$ betragsmäßig gleich ist zu I_1 , dem Strom durch den induktiven Widerstand [der Spule]. Schalten wir Spule und Widerstand parallel, so erhalten wir den Gesamtstrom, wenn wir eine Vektoraddition von I_R und I_1 durchführen. Es entsteht eine Raute, bei der die beiden Diagonalen bekanntlich senkrecht aufeinander stehen und sich in der Hälfte schneiden.

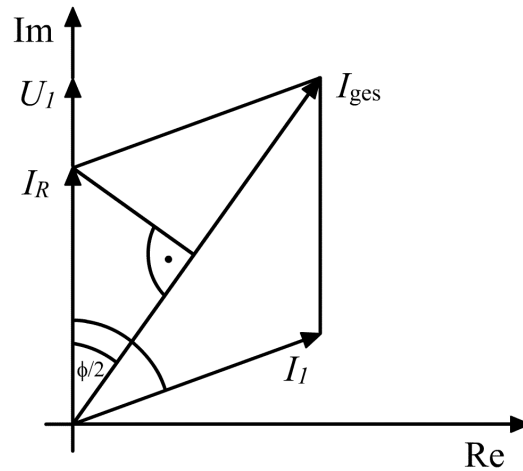


Abbildung 7: Vektordiagramm.

Aus Abbildung 7 lesen wir ab:

$$\cos\left(\frac{\phi}{2}\right) = \frac{I_{\text{ges}}/2}{I_R} = \frac{I_{\text{ges}}}{2 \cdot I_R} \quad \Leftrightarrow \quad \phi = 2 \cdot \arccos\left(\frac{I_{\text{ges}}}{2 \cdot I_R}\right).$$

Die folgende Tabelle zeigt unsere Ergebnisse aus den Messungen am Multi-
meter.

I_2 [A]	I_1 [A]	I_{ges} [A]	ϕ [rad]
0	0.245	0.362	1.47909
1	0.275	0.472	1.07816
2	0.341	0.629	0.79368
3	0.419	0.801	0.59653
4	0.517	0.993	0.5651
5	0.612	1.206	0.34342

Phasenverschiebung durch Messung am Oszilloskop

Um die Phasenverschiebung aus den Ausdrücken zu ermitteln, müssen wir zunächst die Abstände der Maxima in s ermitteln. Nun gilt

$$\phi = 2\pi \frac{x}{T}$$

wobei x die Phasenverschiebung in s und T die Periode in s ist. Das Oszilloskop zeigte eine Periode von $T = 0,02 s$ an. Die folgende Tabelle zeigt unsere Ergebnisse aus den Ausdrücken des Oszilloskops.

I_2 [A]	x [ms]	ϕ [rad]
0	5	1.5708
1	4	1.25664
2	3	0.94248
3	2.5	0.7854
4	2	0.62832
5	1.75	0.54978

Vergleich der Ergebnisse

Nun tragen wir unsere Ergebnisse für die Phasenverschiebung aus den verschiedenen Messung auf. Zusätzlich tragen wir die theoretischen Werte ein, die sich durch

$$\phi = \arctan\left(\frac{I_0 \sin(\phi_0)}{I_1 + I_0 \cos(\phi_0)}\right)$$

ergeben. Dabei sind I_0 und ϕ_0 Strom und Phase beim unbelasteten Transformator und $I_1 = I_2 \cdot N_2/N_1$. Beim unbelasteten Transformator maßen wir $I_0 = 0,247 \text{ A}$ [bei $U_0 = 200 \text{ V}$] und $\phi_0 = \pi/2$ rad. Für das Übersetzungsverhältnis ergaben unsere Messungen $N_2/N_1 = 1/9$. Somit vereinfacht sich die Formel für die theoretische Phasenverschiebung zu

$$\phi = \arctan\left(\frac{9 \cdot I_0}{I_2}\right).$$

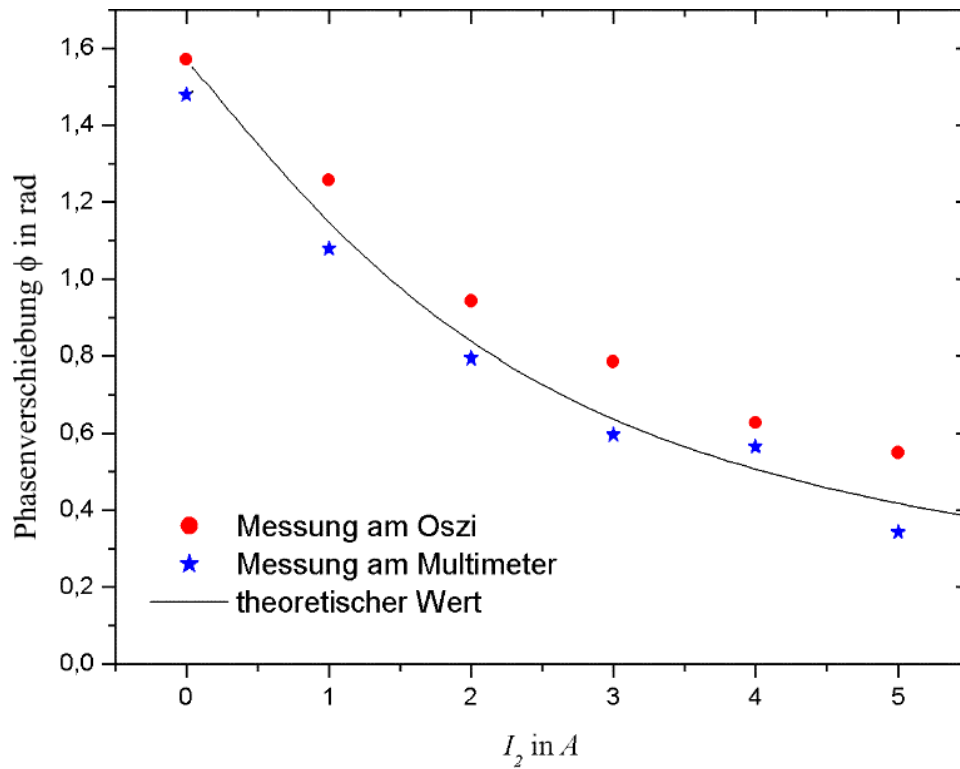


Abbildung 8: Phasenverschiebung zwischen Primärstrom und Primärspannung.

4.3 Wirk- und Verlustleistung

Die Wirkleistung ergibt sich durch $P_W = U_1 \cdot I_1 \cdot \sin \phi$, die Verlustleistung durch $P_V = U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \phi$. Wir erhalten bei der Messung mit dem Multimeter folgende Werte:

Laststrom [A]	P_W [W]	P_V [W]
0	48,80	4,48
1	48,46	26,01
2	48,62	47,82
3	47,07	49,33
4	55,37	87,33
5	41,21	115,25

4.4 Energieverschwendung: Handyladegerät

Unser Transformator hatte also eine Verlustleistung von $4,48\text{ W}$ in unbelastetem Zustand. Bei einem Strompreis von $0,20\text{ EUR/kWh}$ ergibt sich also ein Preis von

$$\frac{365 \cdot 24 \cdot 4,48 \cdot 0,2}{1000} \text{ EUR} \approx 7,85 \text{ EUR},$$

wenn das Handyladegerät ein Jahr lang in der Steckdose verbleibt ohne genutzt zu werden.

5 Diskussion

5.1 Fehlerbetrachtung

Wir können mit unseren Werten recht zufrieden sein. Die errechneten Übersetzungsverhältnisse sind annähernd gleich. Die Werte für die Phasenverschiebung sind alle mit systematischen Fehlern behaftet, scheinbar hat sich ein Messfehler bei der Messung mit dem Multimeter bei einem Laststrom von 4 A ergeben. Leider haben wir die „Cursor-Funktion“ beim Oszilloskop nicht genutzt, um uns die Phasenverschiebung anzeigen zu lassen. Das Ablesen der pixeligen Ausdrücke führt jedesmal zu großen Ablesefehlern.

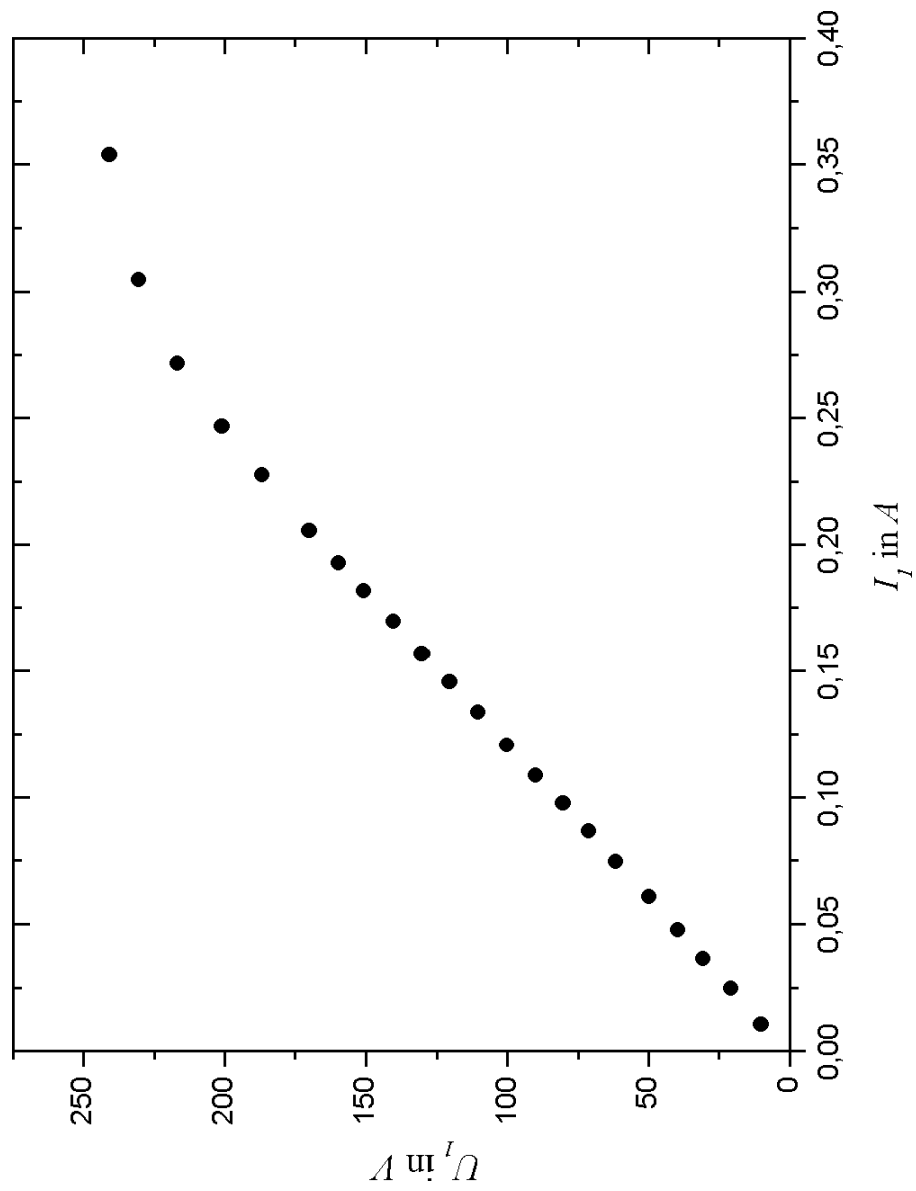
Eigene Kommentare

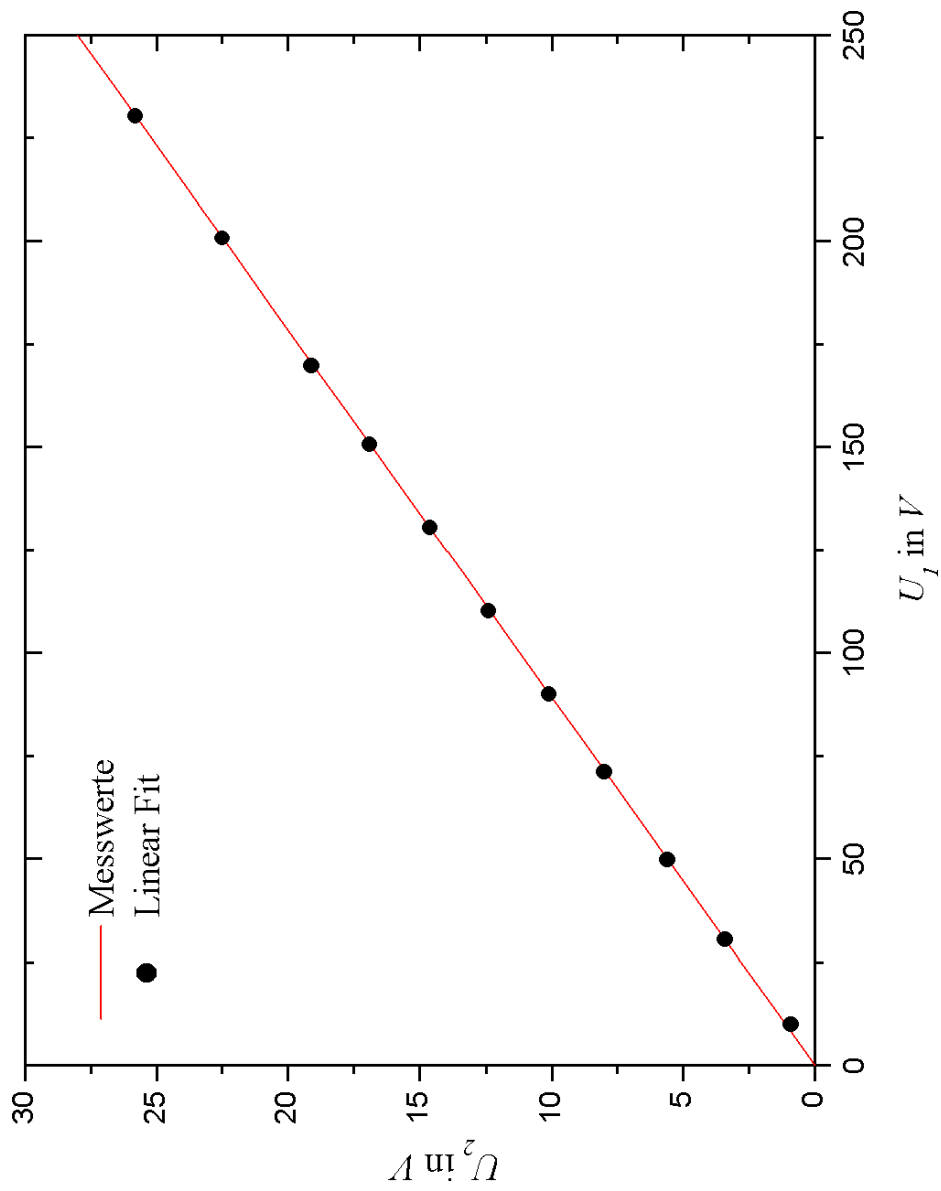
[Nun waren auch wir mal endlich schlecht vorbereitet, dafür haben wir den Versuch doch aber super durchgezogen :).]_{Daniel}

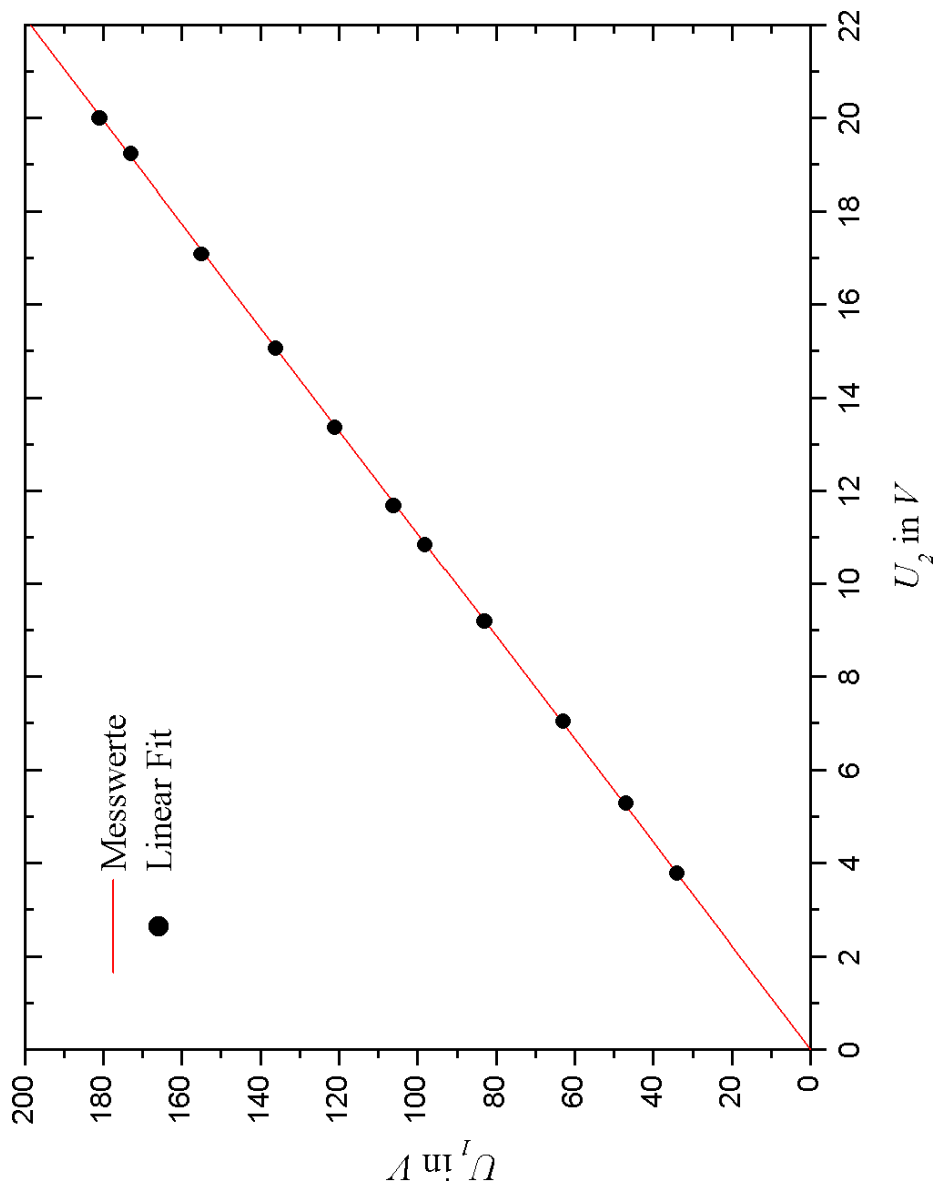
[Eigentlich ein recht guter Versuch mit schöner Auswertung. Leider ist das Praktikumsskript mal wieder in der Durchführung ein wenig ungenau oder zu länglich. Vor allem bei einem Versuch in dem mit lebensgefährlichen Strömen experimentiert wird, sollte die Durchführung klar und verständlich geschrieben sein. Dann hätten unsere Mitpraktikanten auch weniger Probleme gehabt. Ich würde nicht so wie Daniel sagen, dass wir schlecht vorbereitet waren, sondern eben nur nicht ganz so gut wie sonst immer ;-).]_{Hauke}

6 Anhang

6.1 Abbildung 4 - Unbelasteter Transformator



6.2 Abbildung 5 - Auftragung von U_2 gegen U_1 

6.3 Abbildung 6 - Auftragung von U_1 gegen U_2 

6.4 Abbildung 8 - Phasenverschiebung zwischen Primärstrom und Primärspannung

