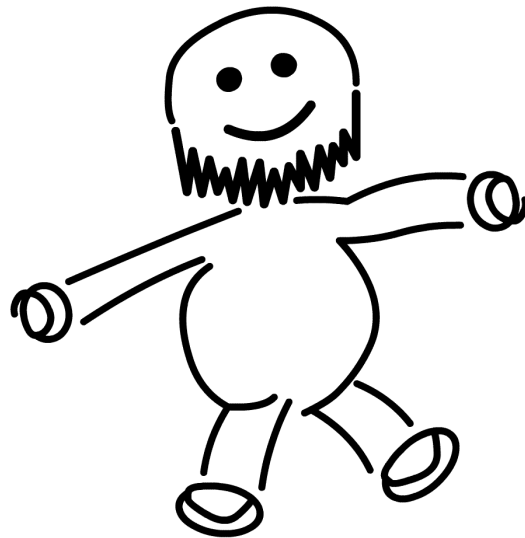


Physikalisches Praktikum für das Hauptfach Physik

Versuch 19

Dia- und Paramagnetismus

Wintersemester 2005 / 2006



Name:	Daniel Scholz
Mitarbeiter:	Hauke Rohmeyer
E-Mail:	physik@mehr-davon.de
Gruppe:	B9
Assistent:	Tobias Liese
Durchgeführt am:	19. September 2005
Protokoll abgeben:	21. September 2005
Protokoll verbessert:	20. November 2005

Testiert: _____

1 Einleitung

In diesem Versuch werden die Reaktionen verschiedener Stoffe auf ein inhomogenes Magnetfeld beobachtet.

2 Theorie

2.1 Materie im Magnetfeld

Auf atomarer Skala kann man sich die Elektronenbahnen um den Atomkern als kleine Kreisströme vorstellen. Diese sind jeweils ein magnetischer Dipol und besitzen ein magnetisches Moment \vec{m} . Als Magnetisierung \vec{M} eines Stoffes ist die Summe der magnetischen Momente pro Volumen definiert:

$$\vec{M} = \frac{\sum \vec{m}_i}{V}.$$

Da die Dipole in der Regel nicht gleich ausgerichtet sind, hebt sich ihre Summe nach außen hin auf. Kommen die magnetischen Dipole jedoch in ein Magnetfeld, so werden sie sich nach diesem orientieren. Hierbei bezeichnet man das äußere Feld als "H-Feld", den Gesamten - auch von der Magnetisierung der Materie abhängigen - magnetischen Fluss als "B-Feld". In Formeln ergibt sich

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}).$$

Die Magnetisierung ist [bis auf ferromagnetische Körper, siehe Versuch 17: Ferromagnetismus] proportional zum äußeren Magnetfeld, der Proportionalitätsfaktor heißt *magnetische Suszeptibilität* χ :

$$\vec{M} = \chi \vec{H}.$$

Hieraus folgt sofort

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 (\vec{H} + \chi \vec{H}) = \mu_0 \vec{H} (1 + \chi) = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

mit der Permeabilität $\mu_r = (1 + \chi)$ des bestimmten Stoffes.

Diamagnetismus

Diamagnetismus ist eine temperaturunabhängige Form des Magnetismus, die jeder Stoff besitzt. Er ist allerdings eine so schwache Form, dass die diamagnetischen Effekte leicht von para- oder ferromagnetischen Effekten übertroffen werden. Kommt Materie in ein Magnetfeld, so werden inneratomare Kreisströme induziert, die nach der Lenzschen Regel ihrer Ursache entgegenwirken. Sie besitzen also ein Magnetfeld, welches dem äußeren entgegengesetzt ist. Dies führt dazu, dass diamagnetische Stoffe in Bereiche geringerer äußerer Feldstärke gezogen werden. Da durch die entgegengesetzten Felder das Gesamtfeld geschwächt wird, ist die Suszeptibilität diamagnetischer Stoffe negativ und entsprechend ihre Permeabilität $\chi < 1$.

Paramagnetismus

Materie, die paramagnetisches Verhalten zeigt, besteht aus Teilchen, die ein permanentes Dipolmoment besitzen. Dies wird durch nicht vollständig besetzte Schalen verursacht. Kommt paramagnetische Materie mit einem Magnetfeld in Berührung, so richten sich die Dipole parallel zum Magnetfeld aus und verstärken dieses: die Suszeptibilität ist positiv. Da die temperaturbedingte Bewegung einer statischen Ausrichtung der Teilchen entgegenwirkt, ist Paramagnetismus temperaturabhängig. Die Suszeptibilität berechnet sich nach dem *Curieschen Gesetz*

$$\chi = \frac{C}{T},$$

wobei T die Temperatur und C eine materialabhängige Konstante ist.

2.2 Energiedichte des magnetischen Feldes

Die magnetostatische Energie eines Körpers beträgt

$$W = -\frac{1}{2} \int_V \vec{H} \, d\vec{B} = -\frac{1}{2} V \vec{H} \mu_0 \mu_r \vec{H} = -\frac{1}{2} V \mu_0 \mu_r \vec{H}^2 = \frac{-V \vec{B}^2}{2 \mu_0 \mu_r},$$

dabei ist V das Volumen des Körpers. Dies lässt sich aus den Maxwell Gleichungen sowie aus dem Poynting Vektor herleiten. Die Kraft auf den Körper ergibt sich nun aus dem negativen Gradienten dieser Energie:

$$\vec{F} = -\nabla W = \frac{V B}{\mu_0 \mu_r} \left(\frac{\partial B}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial B}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial B}{\partial z} \vec{e}_z \right). \quad (1)$$

Damit überhaupt eine Kraft auftritt, muss das Magnetfeld also in mindestens einer Raumrichtung inhomogen sein.

2.3 Erzeugung eines inhomogenen Magnetfeldes

Zwischen den Polschuhen eines Elektromagneten wirkt ein vom Abstand der Polschuhe abhängiges Magnetfeld. Mit wachsendem Abstand der Polschuhe nimmt das Magnetfeld ab. Schrägt man die Polschuhe an, so ist ihr Abstand von der Höhe abhängig und damit auch das Magnetfeld. Es wird also inhomogen.

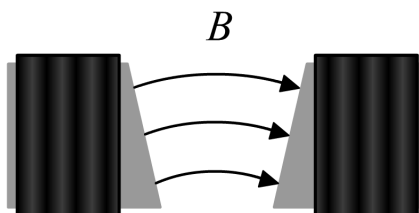


Abbildung 1: Erzeugung eines inhomogenen Magnetfeldes.

2.4 Hallsonde

Eine Hallsonde ist ein Gerät, mit dem man je nach bekannter Größe ein Magnetfeld oder einen Strom messen kann. Sind beide Größen bekannt, kann sie auch als Metalldetektor verwendet werden. Eine Hallsonde ist ein rechteckiger Leiter, in dem die Ladungsträger durch ein äußeres Magnetfeld eine Lorentz-Kraft $F_L = qvB$ erfahren [eindimensional, da hier der Fall $\vec{v} \perp \vec{B}$ angenommen wird]. Abhängig davon wie stark das Magnetfeld ist, werden die Ladungsträger ausgelenkt und es ergibt sich eine Spannung zwischen zwei Leiterseiten - die sogenannte Hallspannung U_H . Man kann die Leiterseiten an denen die Hallspannung anliegt als Kondensatorplatten betrachten. Dann ist das System im Gleichgewicht, wenn die Lorentz-Kraft gleich der Kraft ist, die durch das elektrische Feld zwischen den Leiterseiten auf die Ladung wirkt:

$$F_L = qvB = Eq = F_E.$$

Angenommen die Hallspannung liegt zwischen der oberen und der unteren Seite des Leiters der Höhe h an. Jetzt gilt für das elektrische Feld $E = U_H/h$. Die Stromdichte im Leiter ist $j = qnv$ mit der Ladungsträgerdichte n . Damit ist der Strom $I = jA = qnvbh$ mit der Querschnittsfläche des Leiters $A = bh$. Nach v umgeformt ergibt sich $v = I/qnbh$. Setzt man dies alles in die obige Gleichung ein, so erhält man

$$vB = E \quad \text{und} \quad \frac{I}{qnbh}B = \frac{U_H}{h} \quad \Leftrightarrow \quad U_H = \frac{1}{qn} \frac{IB}{b}.$$

Ist $q = e$, dann gilt

$$U_H = R_H \frac{IB}{b},$$

wobei $R_H = 1/en$ die materialspezifische Hallkonstante ist. Beim Bau einer Hallsonde werden üblicherweise Halbleiter verwendet, da bei ihnen die Ladungsträgerdichte gering ist und somit höhere Hallspannungen erwartet werden können.

3 Versuchsdurchführung

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 2 dargestellt.

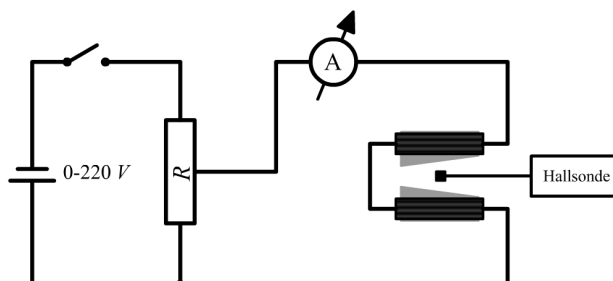


Abbildung 2: Versuchsaufbau.

Zunächst wird die Stromstärke in den Elektromagneten auf $1,2\text{ A}$ konstant gehalten und das Magnetfeld im Bereich der Probekörper mittels der Hallsonde bestimmt. Dabei sollte die Schrittweite nicht mehr als 5 mm betragen.

Nun werden die Massen der drei Probekörper [MnO_2 , Ta und Bi] gemessen und nach dem Einbringen zwischen die Elektromagneten werden auch die genauen Orte der Probekörper bestimmt. Anschließend wird die Gewichtskraft der einzelnen Körper mit ein- sowie mit ausgeschaltetem Magnetfeld gemessen. Dies geschieht durch eine Analysewaage, an welcher die Probekörper aufgehängt werden. Jede Messung ist jeweils dreimal durchzuführen.

Nun wird noch das Magnetfeld mit eingebrachten Manganoxid MnO_2 gesondert betrachtet. Dazu wird zunächst im Bereich des Probekörpers das Magnetfeld für die unterschiedlichen Stromstärken $0,8\text{ A}$, $1,0\text{ A}$, $1,2\text{ A}$ und $1,4\text{ A}$ wiederum mit der Hallsonde bestimmt. Die Gewichtskraft auf den Probekörper in dem Magnetfeld wird dann mittels der Analysewaage zu jeder dieser Stromstärken gemessen.

4 Auswertung

4.1 Ortsverlauf der Kraftflussdichte

Zunächst wird die Kraftflussdichte B gegen die horizontale Position h aufgetragen.

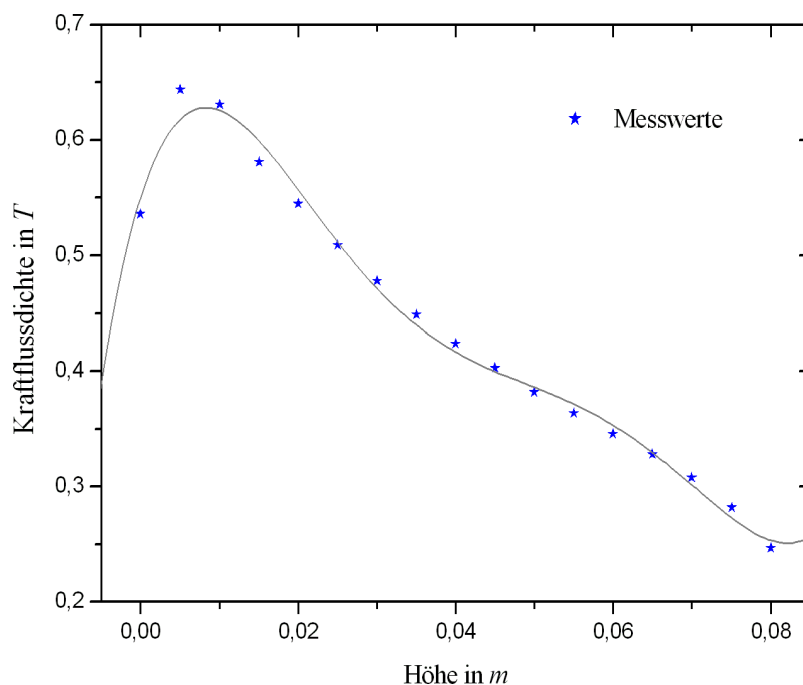


Abbildung 3: Ortsverlauf zwischen den beiden Polschuhen.

Um aus unseren Messwerten den Gradienten $\partial B/\partial h$ entnehmen zu können, haben wir den Ortsverlauf durch ein Polynom $f(h)$ vom fünften Grade angenähert und dessen Ableitung berechnet. Es ergab sich

$$\begin{aligned} f(h) &= 0.55 + 22h - 1879h^2 + 51192h^3 - 601516h^4 + 2566960h^5, \\ f'(h) &= 22 - 3758h + 153576h^2 - 2406064h^3 + 12834800h^4. \end{aligned}$$

Daraus erhalten wir nun das Produkt $(B \cdot \partial B/\partial h)(h) = B(h) \cdot B'(h)$, dessen Graph in folgender Abbildung gezeigt wird:

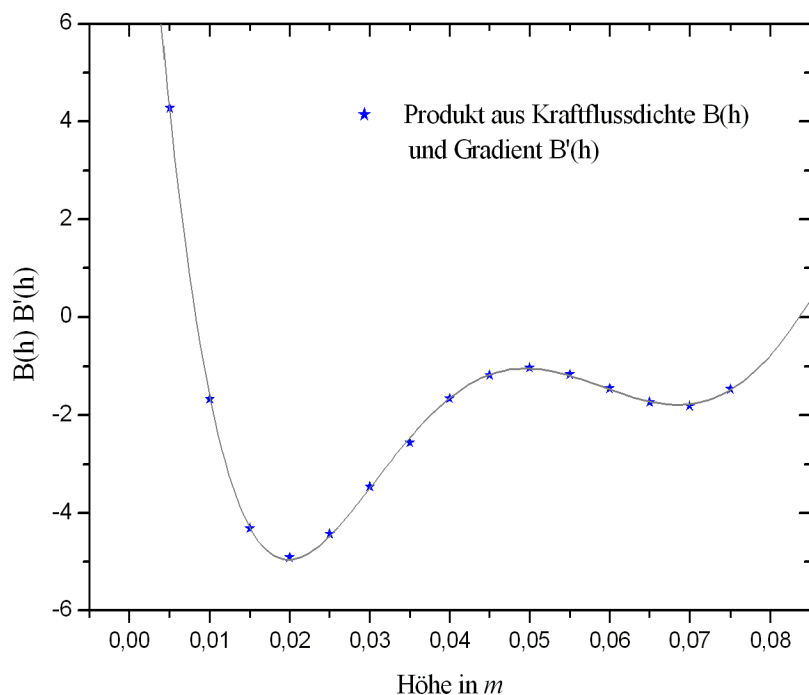


Abbildung 4: Ortsverlauf der Funktion $B(h) \cdot B'(h)$.

An diesem Verlauf kann man deutlich sehen, dass sich die Kraft F auf einen Probekörper zwischen den Höhenpositionen 0 und 20 mm in Abhängigkeit der Höhe h sehr stark ändert. Die Kraft auf den Probekörper ist nach Gleichung (1) proportional zum Produkt aus Gradient und Kraftflussdichte.

4.2 Orte der Probekörper

Die folgende Tabelle zeigt die Höhen, an denen die Probekörper zwischen den Polschuhen hingen. Desweiteren wurden für diese Höhen $B(h)$ und $B(h) \cdot B'(h)$ aus den vorherigen Abbildungen abgelesen. Die maximalen Fehler wurden von uns eingeschätzt.

	Höhe in m	$B(h)$ in T	$B(h) \cdot B'(h)$
MnO ₂	0.0437 ± 0.001	0.40 ± 0.1	-1.20 ± 0.3
Ta	0.0373 ± 0.001	0.43 ± 0.1	-2.00 ± 0.3
Bi	0.0318 ± 0.001	0.45 ± 0.1	-3.15 ± 0.3

4.3 Kräfte auf die Probekörper

Um die Kraft zu berechnen, die durch das Magnetfeld auf die Probekörper wirkte, müssen wir die Differenzen der Massen bei ein- und ausgeschalteten Magnetfeld betrachten. Diese Differenzen sind dann mit der Erdbeschleunigung g zu multiplizieren, es gilt also

$$F = \Delta m \cdot g.$$

Die folgende Tabelle zeigt unsere Ergebnisse:

	Kraft in N
MnO ₂	$(-2.14 \pm 0.1) \cdot 10^{-4}$
Ta	$(-0.25 \pm 0.1) \cdot 10^{-4}$
Bi	$(0.29 \pm 0.1) \cdot 10^{-4}$

4.4 Bestimmung der magnetischen Suszeptibilität

Unter der Annahme, dass die Suszeptibilität konstant und nicht temperaturabhängig ist, und unter Vernachlässigung der Vakuumsenergie erhält man aus Gleichung (1) für unseren eindimensionalen Fall die folgende Gleichung:

$$\chi = \frac{\mu_0 \cdot F}{V \cdot B(h) \cdot B'(h)} = \frac{\mu_0 \cdot F \cdot \varrho}{m \cdot B(h) \cdot B'(h)}, \quad (2)$$

dabei ist V das Volumen, m die Masse, h die Höhe und ϱ die Dichte¹ der jeweiligen Probekörper.

Den Fehler der Masse m nehmen wir als vergleichsweise so gering an, dass wir ihn für die Fehlerrechnung vernachlässigen können. Somit erwarten wir einen Fehler von

$$\sigma_\chi = \sqrt{\left(\frac{\mu_0 \cdot \varrho \cdot \sigma_F}{m \cdot B(h) \cdot B'(h)}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 \cdot F \cdot \varrho \cdot \sigma_{B(h)}}{m \cdot B(h)^2 \cdot B'(h)}\right)^2 + \left(\frac{\mu_0 \cdot F \cdot \varrho \cdot \sigma_{B'(h)}}{m \cdot B(h) \cdot B'(h)^2}\right)^2}.$$

Unsere berechneten magnetischen Suszeptibilitäten sind in der folgenden Tabelle gezeigt:

¹ Die Dichten wurden dem Praktikumsript entnommen: Peter Schaaf (2005): "Das Physikalische Praktikum". Universitätsdrucke Göttingen, Seite 152.

	magnetische Suszeptibilität χ
MnO ₂	$(231, 13 \pm 69, 11) \cdot 10^{-5}$
Ta	$(27, 95 \pm 13, 34) \cdot 10^{-5}$
Bi	$(-13, 86 \pm 5, 78) \cdot 10^{-5}$

Neben der magnetischen Suszeptibilitäten χ benutzt man noch die druckunabhängige spezifische Suszeptibilität χ_{spz} , welche durch $\chi_{spz} = \chi/\rho$ gegeben wird, dabei ist ρ wieder die Dichte des Stoffes. Bei uns ergeben sich somit die folgenden spezifischen Suszeptibilitäten:

	spezifische Suszeptibilität χ in m^3/kg
MnO ₂	$(46, 23 \pm 13, 82) \cdot 10^{-8}$
Ta	$(1, 68 \pm 0, 80) \cdot 10^{-8}$
Bi	$(-1, 41 \pm 0, 59) \cdot 10^{-8}$

4.5 Kraftflussdichte und Gradient für verschiedene Stromstärken

In der folgenden Abbildung sind die Verläufe der Kraftflussdichte B gegen die verschiedenen Stromstärken I aufgetragen. Während der Messung befand sich der Probekörper MnO₂ im Magnetfeld.

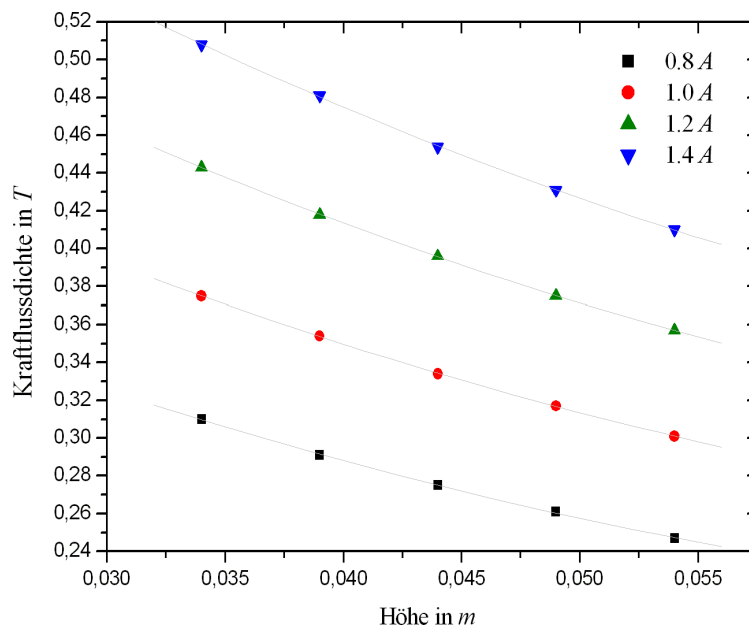


Abbildung 5: Ortsverlauf für verschiedene Stromstärken.

An diesen Graphen erkennt man, dass die Verläufe der Kraftflussdichten bei verschiedenen Stromstärken sehr ähnlich sind, jedoch nehmen sie bei steigender Stromstärke zu.

Alle Verläufe haben wir durch ein Polynom vom zweiten Grade angenähert

und dessen Ableitung berechnet, um daraus den Gradienten der Kraftflussdichte zu bestimmen. Es ergaben sich die folgenden Ableitungen:

	$B'(h)$
0.8 A	$91.4h - 8.9$
1.0 A	$85.7h - 8.1$
1.2 A	$74.3h - 6.9$
1.4 A	$68.6h - 6.1$

Die Verläufe dieser Gradienten zeigt die folgende Abbildung:

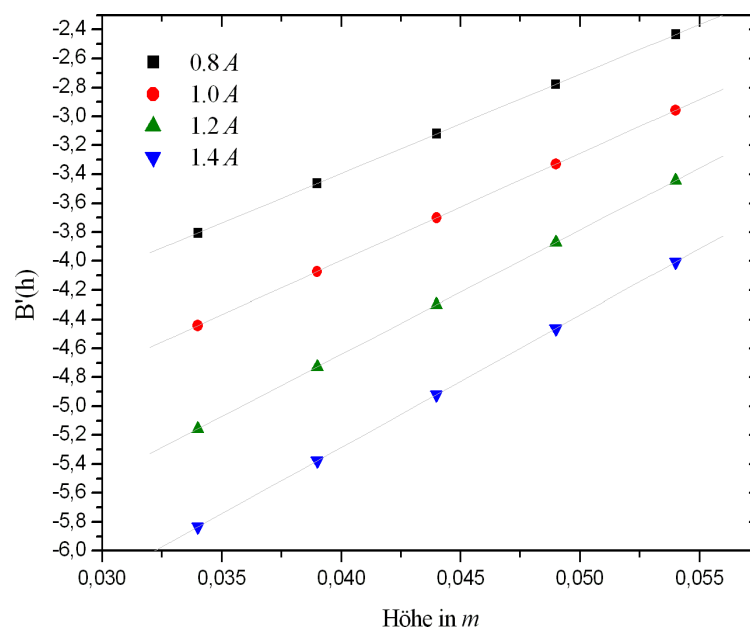


Abbildung 6: Ortsverlauf der Gradienten.

Auch hier fällt auf, dass bei steigender Stromstärke die Beträge der Veränderungen zunehmen.

4.6 Kraft auf den Probekörper als Funktion der Stromstärke

In der nächsten Abbildung sind die gemittelten Werte der Kräfte auf den Probekörper MnO_2 als Funktion der verschiedenen Stromstärken aufgetragen.

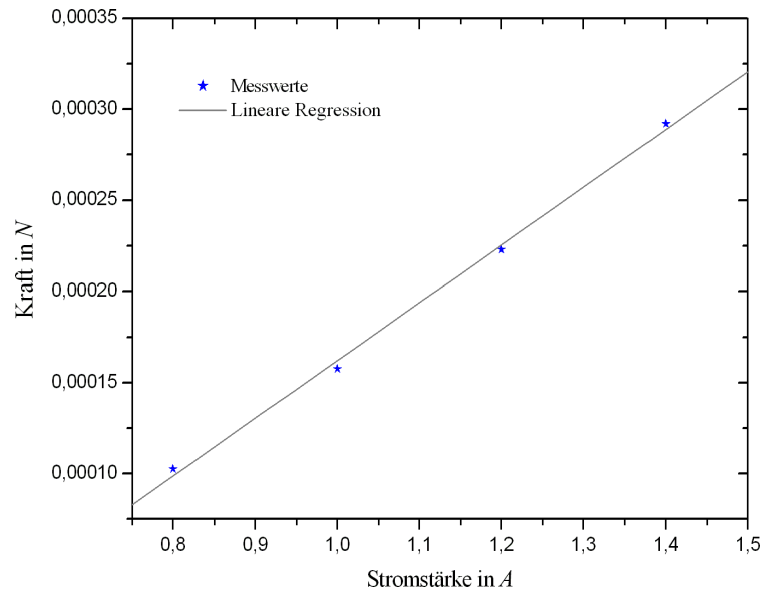


Abbildung 7: Kraft auf MnO_2 in Abhängigkeit der Stromstärke.

Durch lineare Regression erhalten wir die Gleichung

$$F(I) = 0.0003167 \cdot I - 0.0001545,$$

dabei hat die Steigung m einen Fehler von

$$\sigma_m = 0.00001378.$$

Setzt man dieses Ergebnis in Gleichung (2) ein, so erhält man an dem Ort h des MnO_2 Probekörpers

$$B(I) = \frac{\mu_0 \cdot F(I)}{\chi \cdot V \cdot B'(h)} \Big|_{h=0.0437} \approx - \frac{\mu_0 \cdot F(I)}{3.1 \cdot \chi \cdot V}.$$

Diesen Zusammenhang soll die folgende Abbildung verdeutlichen:

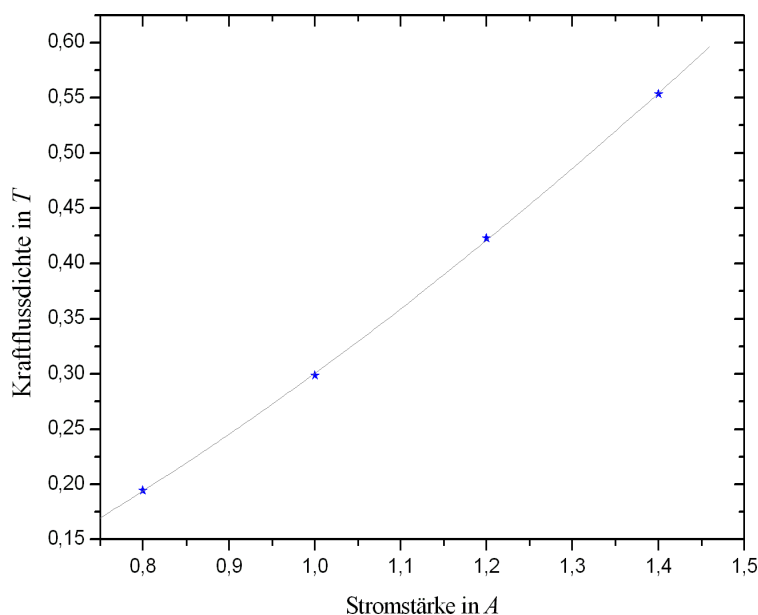


Abbildung 8: Kraftflussdichte in Abhängigkeit der Stromstärke.

5 Diskussion

Die Vorzeichen unserer Ergebnisse der magnetischen Suszeptibilitäten zeigen, dass MnO_2 sowie Ta paramagnetisch sind und dass Bi diamagnetisch ist.

Es ist uns leider nicht möglich die Güte dieser Werte einzuschätzen, da wir keinerlei verlässliche Literaturquellen fanden. Auf unsere Suche wichen sogar Angaben in Büchern stark voneinander ab, so dass derartige Vergleiche leider ausbleiben müssen².

Auch die Ergebnisse in Vorgängerprotokoll³ der letzten Jahrgänge zeigen keine eindeutige Größenordnung der berechneten Werte.

Es wäre daher gerade bei derartigen Versuchen sehr wünschenswert, wenn Literaturwerte im Praktikumsskript angegeben wären. Unsere Auswertung ist somit etwas unbefriedigend, da durch fehlende Vergleiche der Nutzen fehlt.

² Werte für Bi weichen zum Beispiel im Gerthsen Physik, Springer Verlag, 20. Auflage, im Taschenbuch der Physik, Horst Kuchling, 16. Auflage, und im Taschenbuch der Physik, Stöcker, 3. Auflage, voneinander ab.

³ Vorgängerprotokoll sind natürlich keine verlässliche Quelle, wurden jedoch zur Überprüfung unsere Ergebnisse verwendet.

Eigene Kommentare

[Netter kurzer Versuch in der Durchführung, nur leider sind die Messergebnisse schwierig mit Literaturwerten auf Richtigkeit zu überprüfen.]^{Daniel}

[Der Versuch war schnell und einfach durchgeführt, leider war das Praktikumsskript bezüglich der Durchführung des Versuches wie so oft ein bisschen ungenau.]^{Hauke}