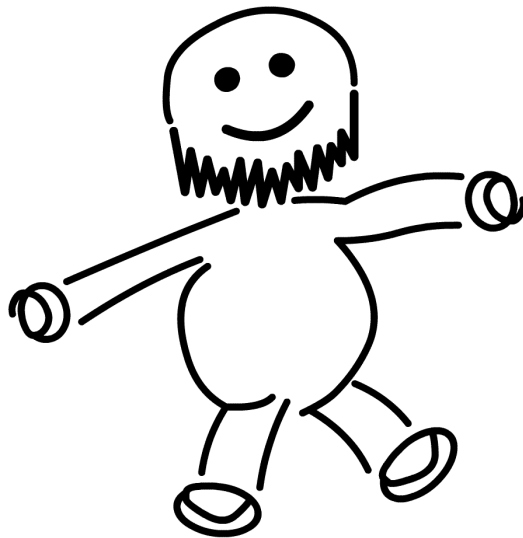


Physikalisches Praktikum für das Hauptfach Physik

Versuch 11

Das Drehspul Galvanometer

Wintersemester 2005 / 2006



Name:	Daniel Scholz
Mitarbeiter:	Hauke Rohmeyer
E-Mail:	physik@mehr-davon.de
Gruppe:	B9
Assistent:	Tobias Liese
Durchgeführt am:	21. September 2005
Protokoll abgeben:	22. September 2005
Protokoll verbessert:	20. November 2005

Testiert: _____

1 Einleitung

Das Galvanometer ist nach dem italienischem Arzt und Forscher Luigi Galvani [1737-1798] benannt und ist ein hochempfindliches, vielseitiges Messgerät. Mit ihm können nicht nur Stromstärken gemessen werden, es ist auch fähig über kleine Stromstöße zu integrieren und die Ladung zu messen.

2 Theorie

2.1 Aufbau und Bewegungsgleichung

Zwischen den Polen eines Permanentmagneten befindet sich ein feststehender, zylinderförmiger Eisenkern. Der Permanentmagnet ist so um den Eisenkern geformt, dass nur ein kleiner Luftspalt frei ist [siehe Abbildung 1]. In diesem Luftspalt befindet sich eine Spule, die sich um die Symmetrieachse des Eisenkerns drehen kann und durch Spiralfedern in ihrer Ruhelage gehalten wird.

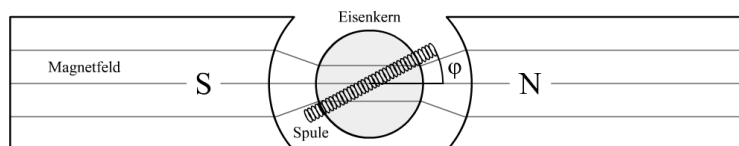


Abbildung 1: Aufbau des Drehspul Galvanometers

Sei nun die Höhe der Spule a , b ihre Breite, n ihre Windungszahl und die magnetische Feldstärke im Luftspalt B . Fließt ein Strom I durch die Spule, so wird an ihren Enden mit der Lorentzkraft

$$F_L = anIB$$

gezogen. Dies bewirkt ein Drehmoment M von

$$M = b \cdot F_L = abnIB = AIB,$$

wobei $A := ab \cdot n$ die Windungsfläche der Spule ist. Es treten verschiedene rücktreibende Drehmomente auf. Es sei im folgenden φ die Auslenkung der Spiralfeder aus ihrer Ruhelage.

Durch die **Spiralfedern** mit **Winkelrichtgröße** D wirkt ein zum Winkel proportionales Drehmoment M_S auf die Spule:

$$M_S = -D\varphi.$$

Durch die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ der Spule wird in ihr eine der Ursache entgegengerichtete Spannung U_I , erzeugt:

$$U_I = -\frac{d}{dt} \int_A B da = -\frac{d}{dt} Bnab\varphi = -BA\dot{\varphi}.$$

Ist nun R_i der innere Widerstand des Galvanometers und R_a der äußere [der Gesamtwiderstand beträgt also $R_i + R_a$], dann gilt für den durch U_I erzeugten Strom

$$I_I = \frac{U_I}{R_i + R_a} = -\frac{BA}{R_i + R_a}\dot{\varphi}.$$

Hierdurch wird wieder [wie oben] ein Drehmoment M_I erzeugt:

$$M_I = AI_I B = -\frac{(AB)^2}{R_i + R_a}\dot{\varphi}.$$

Durch den **Luftwiderstand** wirkt ein der Bewegung annähernd proportionales Reibungsdrehmoment M_R mit Reibungskoeffizienten ρ :

$$M_R = -\rho\dot{\varphi}.$$

Durch die **Trägheit** der Spule [ihr Trägheitsmoment sei Φ] wirkt ein zur negativen Winkelbeschleunigung proportionales Drehmoment M_T :

$$M_T = -\Phi\ddot{\varphi}.$$

Damit lautet die Bewegungsgleichung der Spule

$$M + M_S + M_I + M_R + M_T = 0$$

und somit folgt

$$ABI = \Phi\ddot{\varphi} + \left(\rho + \frac{(AB)^2}{R_i + R_a}\right)\dot{\varphi} + D\varphi.$$

Nun wird noch die Galvanometerkonstante $G := AB$ eingeführt, und wir erhalten

$$\begin{aligned} GI &= \Phi\ddot{\varphi} + \left(\rho + \frac{G^2}{R_i + R_a}\right)\dot{\varphi} + D\varphi \\ \Rightarrow \frac{G}{\Phi}I &= \ddot{\varphi} + \left(\frac{\rho}{\Phi} + \frac{G^2}{\Phi(R_i + R_a)}\right)\dot{\varphi} + \frac{D}{\Phi}\varphi. \end{aligned}$$

Man erkennt die Bewegungsgleichung einer gedämpften Schwingung um die Ruhelage $\varphi = GI/\Phi$ [siehe Protokoll 1: Der Pohlsche Resonator]. Wir führen die Dämpfungskonstante $\beta = \rho/2\Phi + G^2/2\Phi(R_i + R_a)$ und die Eigenfrequenz $\omega_0 = \sqrt{D/\Phi}$ ein:

$$\frac{G}{\Phi}I = \ddot{\varphi} + 2\beta\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi.$$

Mit Hilfe des Ansatzes $\varphi(t) = ce^{\lambda t}$ suchen wir vorerst nach einer Lösung für

$$\ddot{\varphi} + 2\beta\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0.$$

Es gilt

$$\varphi(t) = ce^{\lambda t} \quad \Rightarrow \quad \dot{\varphi}(t) = c\lambda e^{\lambda t} \quad \Rightarrow \quad \ddot{\varphi}(t) = c\lambda^2 e^{\lambda t}.$$

Eingesetzt in die Bewegungsgleichung erhalten wir

$$ce^{\lambda t}\lambda^2 + 2\beta ce^{\lambda t}\lambda + \omega_0^2 ce^{\lambda t} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \lambda^2 + 2\beta\lambda + \omega_0^2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad \lambda_{1/2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}.$$

Die Allgemeine Lösung ist nun eine Linearkombination der Lösungen $\lambda_{1/2}$:

$$\varphi(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t} = e^{-\beta t} \left(c_1 e^{-\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t} + c_2 e^{\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t} \right).$$

Zu dieser Lösung müssen wir in unserem Fall einfach GI/Φ hinzuaddieren, denn dieser Term verschwindet in den Ableitungen und bleibt nur in dem letzten Summanden ($\omega_0^2 \varphi$) stehen. Wir erhalten also

$$\varphi(t) = e^{-\beta t} \left(c_1 e^{-\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t} + c_2 e^{\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t} \right) + \frac{GI}{\Phi}. \quad (1)$$

Der Schwingfall bei schwacher Dämpfung

Gilt $\omega_0^2 > \beta^2$, so ist $\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$ imaginär. Die Kreisfrequenz wird durch

$$\omega := \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

definiert.

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= e^{-\beta t} (c_1 e^{-i\omega t} + c_2 e^{i\omega t}) + GI/\Phi \\ &= e^{-\beta t} (c_1 (\cos(\omega t) - i \sin(\omega t)) + c_2 (\cos(\omega t) + i \sin(\omega t))) + GI/\Phi \\ &= e^{-\beta t} ((c_1 + c_2) \cos(\omega t) + i(c_2 - c_1) \sin(\omega t)) + GI/\Phi. \end{aligned}$$

In unserem Fall sind die Anfangsbedingungen $\varphi(0) = 0$ und $\dot{\varphi}(0) = 0$. Aus der ersten ergibt sich

$$\begin{aligned} 0 &= e^0 ((c_1 + c_2) \cos(0) + i(c_2 - c_1) \sin(0)) + GI/\Phi \\ \Rightarrow \quad 0 &= (c_1 + c_2) + GI/\Phi \\ \Rightarrow \quad (c_1 + c_2) &= -GI/\Phi. \end{aligned}$$

Aus der zweiten ergibt sich

$$\begin{aligned} 0 &= -\beta e^0 ((c_1 + c_2) \cos(0) + i(c_2 - c_1) \sin(0)) + \\ &\quad e^0 \omega (-c_1 + c_2) \sin(0) + i(c_2 - c_1) \cos(0) \\ &= -\beta(c_1 + c_2) + i\omega(c_2 - c_1) = \beta GI + i\omega(c_2 - c_1). \end{aligned}$$

Daraus folgt

$$-\beta \frac{GI}{\Phi} = i\omega(c_2 - c_1) \quad \Rightarrow \quad (c_2 - c_1) = -\frac{GI}{\Phi} \cdot \frac{\beta}{i\omega}.$$

Dies ergibt zusammen

$$\varphi(t) = -\frac{GI}{\Phi} e^{-\beta t} \left(\cos(\omega t) + \frac{\beta}{\omega} \sin(\omega t) \right) + \frac{GI}{\Phi}. \quad (2)$$

Der Kriechfall bei starker Dämpfung

Gilt $\omega_0^2 < \beta^2$, so ist $\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$ reell. Dieses Mal definieren wir die Kreisfrequenz durch

$$\omega := \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}.$$

Wir erhalten somit

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= e^{-\beta t} (c_1 e^{-i\omega t} + c_2 e^{i\omega t}) + GI/\Phi \\ &= e^{-\beta t} (c_1 (\cosh(\omega t) - i \sinh(\omega t)) + c_2 (\cosh(\omega t) + i \sinh(\omega t))) + GI/\Phi \\ &= e^{-\beta t} ((c_1 + c_2) \cosh(\omega t) + i(c_2 - c_1) \sinh(\omega t)) + GI/\Phi. \end{aligned}$$

Wieder lauten die Anfangsbedingungen $\varphi(0) = 0$ und $\dot{\varphi}(0) = 0$. Aus der ersten ergibt sich [analog zu oben]

$$\varphi(t) = -\frac{GI}{\Phi} e^{-\beta t} \left(\cosh(\omega t) + \frac{\beta}{\omega} \sinh(\omega t) \right) + \frac{GI}{\Phi}. \quad (3)$$

Asymptotischer Grenzfall

Gilt $\omega_0^2 = \beta^2$, dann gilt $\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} = 0$. Es handelt sich um einen Grenzfall und wir leiten ihn aus dem Schwingfall mit $\omega \rightarrow 0$ her.

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= \lim_{\omega \rightarrow 0} -\frac{GI}{\Phi} e^{-\beta t} \left(\cos(\omega t) + \frac{\beta}{\omega} \sin(\omega t) \right) + \frac{GI}{\Phi} \\ &= -\frac{GI}{\Phi} e^{-\beta t} \left(\left(\lim_{\omega \rightarrow 0} \cos(\omega t) \right) + \left(\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\beta}{\omega} \sin(\omega t) \right) \right) + \frac{GI}{\Phi} \\ &= -\frac{GI}{\Phi} e^{-\beta t} (1 + \beta t) + \frac{GI}{\Phi}. \end{aligned} \quad (4)$$

Die drei Fälle im Vergleich

Die folgende Abbildung 2 zeigt eine Graphik mit den drei Fällen bei einem $GI/\Phi = 1$ [die drei Fälle wurden erreicht, indem β variiert wurde].

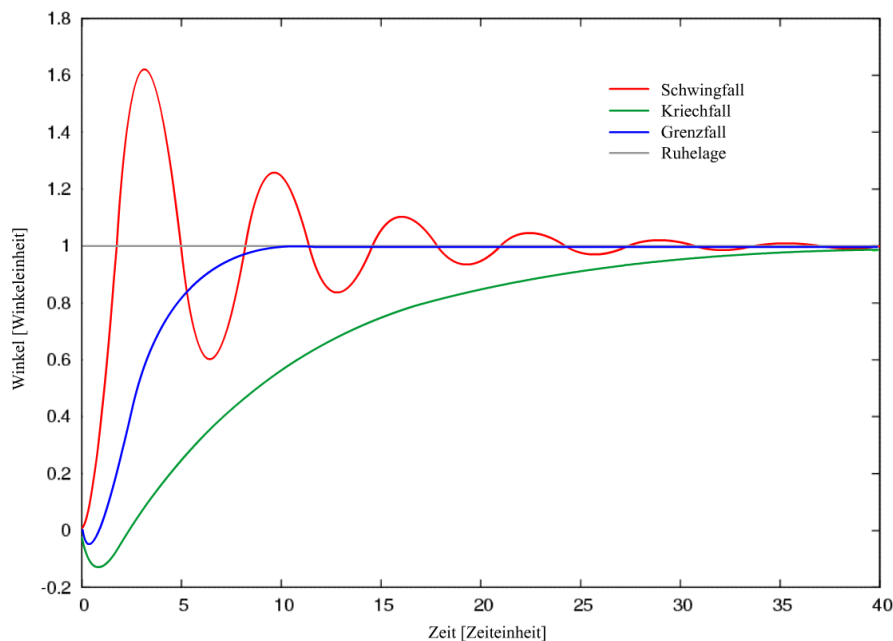


Abbildung 2: Die drei Fälle im Vergleich

Es fällt auf, dass GI/Φ sich beim aperiodischen Grenzfall am schnellsten ablesen lässt. Aus diesem Grund will man den asymptotischen Grenzfall im Galvanometer realisieren, was durch Variieren von R_a erreicht wird. Der aperiodische Grenzfall ist äquivalent zu $\beta = \omega_0$, demnach folgt

$$\begin{aligned}
 \frac{\rho}{2\Phi} + \frac{G^2}{2\Phi(R_i + R_a)} &= \sqrt{\frac{D}{\Phi}} \\
 \Leftrightarrow \frac{G^2}{2\Phi(R_i + R_a)} &= \sqrt{\frac{D}{\Phi}} - \frac{\rho}{2\Phi} \\
 \Leftrightarrow \frac{1}{R_i + R_a} &= \frac{2\Phi}{G^2} \left(\sqrt{\frac{D}{\Phi}} - \frac{\rho}{2\Phi} \right) \\
 \Leftrightarrow R_i + R_a &= \frac{G^2}{2\sqrt{D\Phi} - \rho} \\
 \Leftrightarrow R_a &= \frac{G^2}{2\sqrt{D\Phi} - \rho} - R_i.
 \end{aligned}$$

2.2 Ballistisches Galvanometer

Schickt man nur einen Stromstoß, dessen Dauer sehr klein im Vergleich zur Schwingungsdauer des Galvanometers ist [maximal 1%], dann verändert der Stromstoß einzig die Anfangsbedingung von $\dot{\varphi}$, denn die Zeit ist so kurz, dass

φ nicht signifikant verändert wird. Es gilt für die Dauer des Stromstoßes

$$\ddot{\varphi} = \frac{G}{\Phi} I \quad \Rightarrow \quad \dot{\varphi} = \frac{G}{\Phi} Q,$$

wobei Q die geflossene Ladung ist. Da I nach dem kurzen Moment wieder abgeklungen ist, gilt in diesem Fall für die Ruhelage $GI = 0$. Die Winkelgeschwindigkeit ω wird wie beim Schwingfall definiert. Mit den Anfangsbedingungen $\varphi(0) = 0$ und $\dot{\varphi}(0) = GQ/\Phi$ berechnen sich die Variablen c_1 und c_2 zu

$$c_1 + c_2 = 0 \quad \text{und} \quad c_1 - c_2 = \frac{G}{i\omega\Phi} Q.$$

In die Bewegungsgleichung eingesetzt ergibt dies

$$\varphi(t) = e^{-\beta t} \frac{G}{\omega\Phi} Q \sin(\omega t). \quad (5)$$

Das erste Maximum liegt bei $t_{max} = \pi/2\omega$. Hier gilt

$$\varphi(t_{max}) = e^{-\beta \frac{\pi}{2\omega}} \frac{G}{\omega\Phi} Q \quad \Rightarrow \quad Q = \varphi(t_{max}) e^{\beta \frac{\pi}{2\omega}} \frac{\omega\Phi}{G}.$$

Dies bietet eine Möglichkeit die geflossene Ladung Q zu messen.

2.3 Empfindlichkeiten

Unter der Empfindlichkeit eines Messgerätes versteht man im Allgemeinen den Quotienten aus dem Ausschlag und der Messgröße. Beim Galvanometer ist zwischen der Stromempfindlichkeit, der Spannungsempfindlichkeit und der ballistischen Empfindlichkeit zu unterscheiden.

Stromempfindlichkeit

Der Ausschlag ist φ in der neuen Ruhelage, also wenn $\ddot{\varphi} = \dot{\varphi} = 0$ gilt:

$$\frac{G}{\Phi} I = \frac{D}{\Phi} \varphi_{Ruhe} \quad \Leftrightarrow \quad \varphi_{Ruhe} = \frac{G}{D} I.$$

Die Messgröße ist I . Damit ergibt sich für die Stromempfindlichkeit

$$C_I = \frac{\varphi_{Ruhe}}{I} = \frac{G}{D}. \quad (6)$$

Spannungsempfindlichkeit

Legt man am Galvanometer eine zu messende Spannung U an, dann gilt für die Stromstärke

$$I = \frac{U}{R_i + R_a}.$$

Damit ergibt sich für die Spannungsempfindlichkeit

$$C_U = \frac{\varphi_{Ruhe}}{U} = \frac{G}{D} \frac{U}{R_i + R_a} \frac{1}{U} = \frac{G}{D(R_i + R_a)}. \quad (7)$$

Ballistische Empfindlichkeit

Jetzt ist der Ausschlag

$$\varphi(t_{max}) = e^{-\beta \frac{\pi}{2\omega}} \frac{G}{\omega \Phi} Q$$

und die Messgröße Q . Damit gilt für die ballistische Empfindlichkeit

$$C_B = \frac{\varphi(t_{max})}{Q} = e^{-\beta \frac{\pi}{2\omega}} \cdot \frac{G}{\omega \Phi}. \quad (8)$$

3 Versuchsdurchführung

3.1 Teil 1: Schwingfall, Kriechfall und aperiodischer Grenzfall

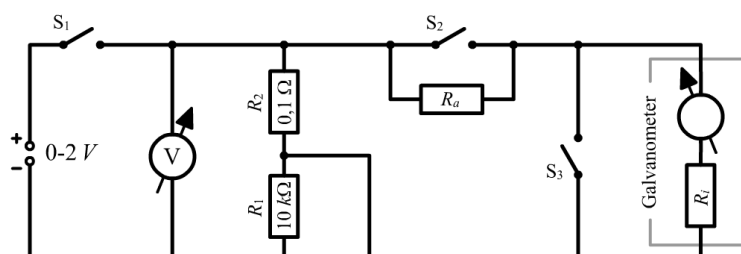


Abbildung 3: Versuchsaufbau für Teil 1

Die Abbildung zeigt den Versuchsaufbau für Versuchsteil 1. Mithilfe der Widerstände R_1 und R_2 wird die Spannung von 2 V aufgeteilt, so dass am Widerstand R_2 eine Spannung von

$$2\text{ V} \cdot \frac{R_2}{R_1} = 2 \cdot 10^{-5}\text{ V}$$

abgegriffen werden kann. Der Widerstand R_a kann variiert werden. Der Ausschlag a des Galvanometers wird nun für verschiedene R_a zwischen 0 und $200\ \Omega$ in $20\ \Omega$ Schritten in beide Richtungen gemessen [dies ergibt 22 Messungen].

Durch Schließen von S_2 wird R_a kurzgeschlossen und ein Ausschlag am Galvanometer erreicht. Ist der Ausschlag groß genug, werden S_1 und S_2 wieder geöffnet. Dies wird für verschiedene R_a getan, wodurch folgende Fälle erreicht werden:

- (1) Der Schwingfall durch große R_a . Zu notieren sind Umkehrpunkte und Schwingungsdauer. Es ist mit großem R_a zu beginnen.
- (2) Der Kriechfall durch kleine R_a zwischen 0 und $50\ \Omega$. Zu notieren sind verschiedene Messpunkte.

- (3) Der Wert von R_a für den aperiodische Grenzfall ist durch systematisches Ausprobieren zu ermitteln.

Außerdem ist die Schwingungsdauer bei keiner Dämpfung [$R_a = 0\Omega$] zu ermitteln.

3.2 Teil 2: Das ballistische Galvanometer

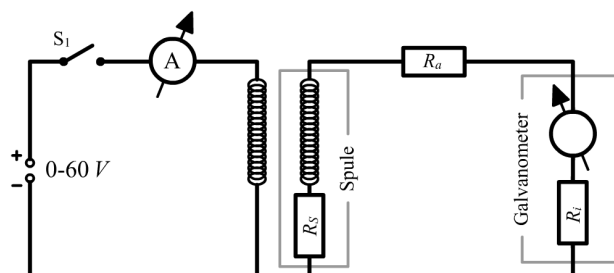


Abbildung 4: Versuchsaufbau für Teil 2

Die Abbildung zeigt den Versuchsaufbau für das ballistische Galvanometer. Durch das Öffnen und Schließen des Primärstromkreises werden im Galvanometer Stromströbe erzeugt. Der Ausschlag a des Galvanometers wird in Abhängigkeit von R_a zwischen $1\text{ k}\Omega$ und $10\text{ k}\Omega$ gemessen. Auch die Stromstärke wird notiert.

4 Auswertung

4.1 Stromempfindlichkeit C_I und innerer Widerstand R_i

Der Aufbau des Galvanometers mit der Skala verdeutlicht die folgende Abbildung:

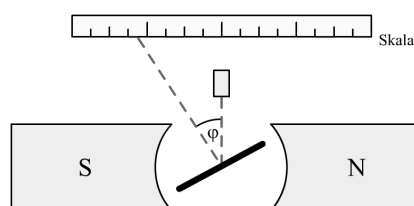


Abbildung 5: Galvanometer mit Skala

Der Abstand r zwischen Galvanometer und Skala betrug $r = 80.4\text{ cm}$, somit lassen sich unsere gemessenen Auslenkungen a in cm auf der Skala durch

$$\varphi = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{a}{r}\right)$$

in die Winkelgröße φ umrechnen. Für diese Berechnung haben wir die Ausschläge nach links und nach rechts bei gleichem Widerstand R_a gemittelt.

Weiter erhalten wir aus den Gleichungen (6) und (7) die Gleichung

$$\varphi = C_I \cdot \frac{U}{R_i + R_a}. \quad (9)$$

In der folgenden Abbildung 6 wurde nun $1/\varphi$ gegen den Widerstand R_a aufgetragen:

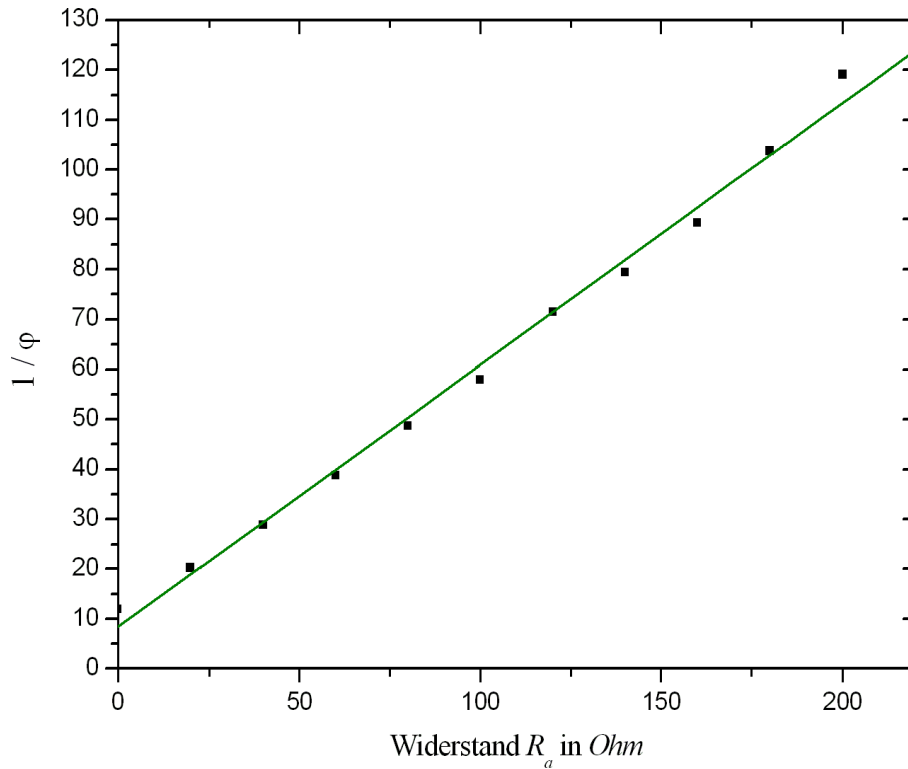


Abbildung 6: Kehrwert des Winkels φ gegen den Widerstand R_a .

Wir erhalten durch lineare Regression eine Gerade mit der Steigung $m = (0.529 \pm 0.014) \Omega^{-1}$ und dem Achsenabschnitt $b = 8.406 \pm 1.648$. Nach Gleichung (9) folgt nun

$$m = \frac{1}{C_I \cdot U} \quad \Leftrightarrow \quad C_I = \frac{1}{m \cdot U}$$

sowie

$$b = R_i \cdot m \quad \Leftrightarrow \quad R_i = b/m.$$

Wir erwarten dabei einen Fehler von

$$\sigma_{C_I} = \frac{\sigma_m}{m^2 \cdot U}$$

sowie von

$$\sigma_{R_i} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{m}\right)^2 + \left(\frac{b \cdot \sigma_m}{m^2}\right)^2}.$$

Bei unserer Spannung U von $U = 2 \cdot 10^{-5} \text{ V}$ erhalten wir somit die Ergebnisse

$$C_I = 95259 \pm 2528 \frac{1}{\text{A}} \quad \text{und} \quad R_i = 16.02 \pm 3.17 \Omega. \quad (10)$$

4.2 Schwingfälle

In Abbildung 7 wurden die Umkehrpunkte für die verschiedenen Schwingfälle mit den Außenwiderständen R_a von 500Ω bis 3000Ω logarithmisch gegen die Zeit t aufgetragen. Die Umkehrpunkte liegen alle auf der Funktion $e^{-\beta t}$, welche die gedämpfte Schwingung einhüllt.

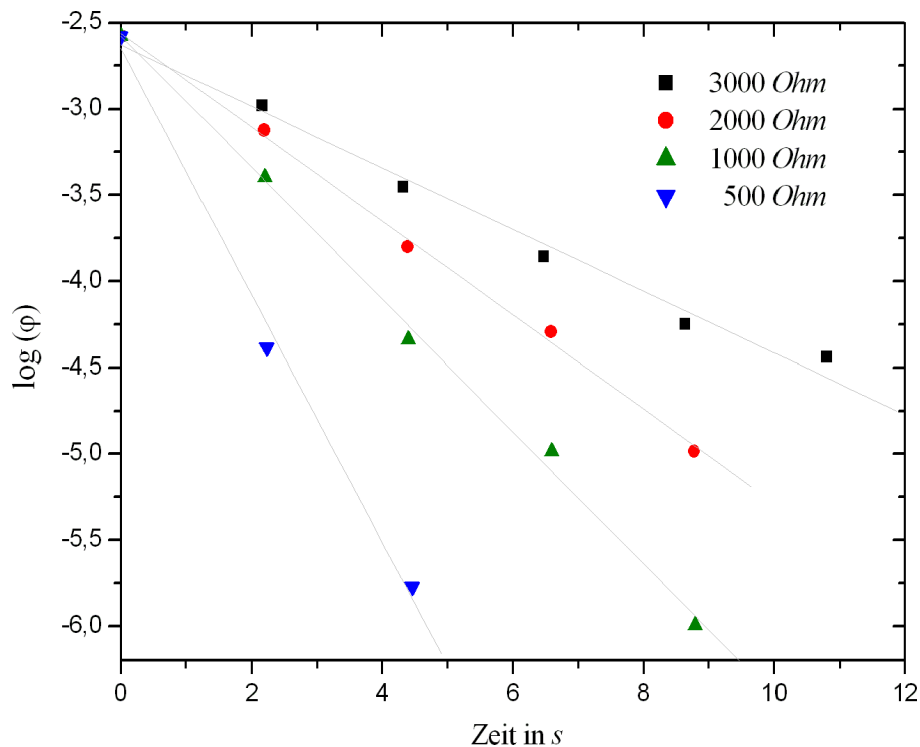


Abbildung 7: Logarithmus der Winkel der Umkehrpunkte gegen die Zeit.

Es gilt nun $\log(e^{-\beta t}) = -\beta t$, somit folgt für die Steigung m gerade

$$m = -\beta.$$

Multipliziert man somit die Steigung m mit der gemessenen Schwingungsdauer T und ändert das Vorzeichen, so erhält man das logarithmische Dekrement $\Lambda = \beta T$. Die Ergebnisse für die Schwingungen mit unterschiedlichen Außenwiderständen R_a sind in der folgenden Tabelle dargestellt:

R_a	T in s	$m = -\beta$ in s^{-1}	log. Dekrement Λ
3000 Ω	4.32	-0.179 ± 0.010	0.772 ± 0.043
2000 Ω	4.39	-0.273 ± 0.008	1.196 ± 0.036
1000 Ω	4.40	-0.383 ± 0.013	1.685 ± 0.056
500 Ω	4.46	-0.71 ± 0.055	3.195 ± 0.244

Kreisfrequenz ω_0

Für die ungedämpfte Schwingung haben wir eine Schwingungsdauer von $T_0 = 4.44$ s gemessen. Somit ergibt sich für die Kreisfrequenz ω_0 der Wert

$$\omega_0 = 2\pi / T_0 = 1.415 \text{ s}^{-1}.$$

Galvanometerkonstante G , Trägheitsmoment Φ und Luftreibungskoeffizient ρ

Zunächst wird β als Funktion von $1/(R_a + R_i)$ aufgetragen. Dazu nutzen wir die Werte aus obiger Tabelle und aus Gleichung (10).

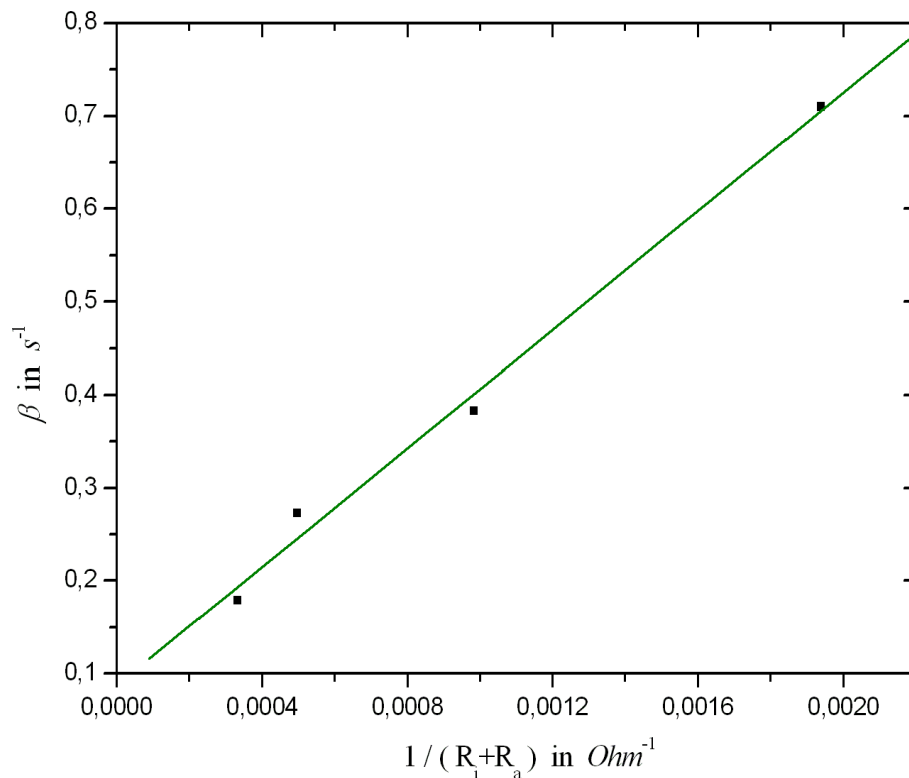


Abbildung 8: β gegen den Kehrwert der Summe von R_a und R_i .

Durch lineare Regression erhalten wir eine Steigung m und einen Achsenabschnitt b von

$$m = (319 \pm 20) \frac{\Omega}{s} \quad \text{sowie} \quad b = (0.087 \pm 0.023) \text{ s}^{-1}.$$

Nach der umgeschriebenen Definition der Dämpfung erhalten wir nun

$$\beta = \frac{\rho}{2\Phi} + \frac{G^2}{2\Phi(R_a + R_i)} = \frac{G^2}{2\Phi} \cdot \frac{2}{(R_a + R_i)} + \frac{\rho}{2\Phi} = m \cdot \frac{1}{R_a + R_i} + b,$$

dabei ist G die Galvanometerkonstante, Φ das Trägheitsmoment und ρ der Luftreibungskoeffizient. Aus der Stromempfindlichkeit nach (6) erhalten wir auch

$$C_I = \frac{G}{D} = \frac{G}{\Phi\omega_0^2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{G}{\Phi} = C_I \cdot \omega_0^2.$$

Aus diesen Gleichungen ergibt sich zusammen

$$G = \frac{2m}{C_I \cdot \omega_0^2}.$$

Durch G sind wir nun auch in der Lage das Trägheitsmoment Φ zu berechnen, denn es gilt

$$\Phi = \frac{G^2}{2m}.$$

Aus dem Achsenabschnitt erhalten wir somit auch noch den Luftreibungskoeffizienten ρ :

$$\rho = 2b \cdot \Phi.$$

Wir erwarten dabei jeweils die folgenden Fehler:

$$\begin{aligned} \sigma_G &= \sqrt{\left(\frac{2\sigma_m}{C_I \cdot \omega_0^2}\right)^2 + \left(\frac{2m \cdot \sigma_{C_I}}{C_I^2 \cdot \omega_0^2}\right)^2}, \\ \sigma_\Phi &= \sqrt{\left(\frac{G \cdot \sigma_G}{m}\right)^2 + \left(\frac{G^2 \cdot \sigma_m}{2m^2}\right)^2}, \\ \sigma_\rho &= \sqrt{(2b \cdot \sigma_\Phi)^2 + (2\Phi \cdot \sigma_b)^2}. \end{aligned}$$

Unsere Ergebnisse sind nun

$$\begin{aligned} G &= (33.45 \pm 2.28) \cdot 10^{-4} \text{ V} \cdot \text{s}, \\ \Phi &= (17.54 \pm 2.63) \cdot 10^{-9} \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \\ \rho &= (3.05 \pm 0.93) \cdot 10^{-9} \text{ J} \cdot \text{s}. \end{aligned}$$

4.3 Kriechfälle

Vereinfachung der Bewegungsgleichung

Für extreme Kriechfälle und für $t > 1$ kann Gleichung (3) angenähert werden. Es gilt $\omega \approx \beta$ also $\beta/\omega \approx 1$ und somit folgt

$$\varphi(t) = \varphi_0 e^{-\beta t} \cdot \left(\frac{e^{\omega t} + e^{-\omega t}}{2} + \frac{\beta}{\omega} \cdot \frac{e^{\omega t} - e^{-\omega t}}{2} \right) \approx \varphi_0 e^{-(\beta-\omega)t}.$$

Innerer Widerstand R_i

Durch eine logarithmische Auftragung der Verläufe der Kriechfälle gegen die Zeit kann durch diese Näherung β bestimmt werden. Es gilt

$$\log(\varphi_0 e^{-(\beta-\omega)t}) = \log(\varphi_0) + (\omega - \beta)t,$$

somit erhält man durch lineare Regression der Auftragungen eine Steigung von $m = \omega - \beta$. Benutzt man dies und die Beziehung zwischen ω und ω_0 , so erhält man

$$\beta = -\frac{\omega_0^2 + m^2}{2m}.$$

Dieses β wird nun für jeden Außenwiderstand R_a berechnet. Die folgende Abbildung zeigt zunächst die Auftragungen:

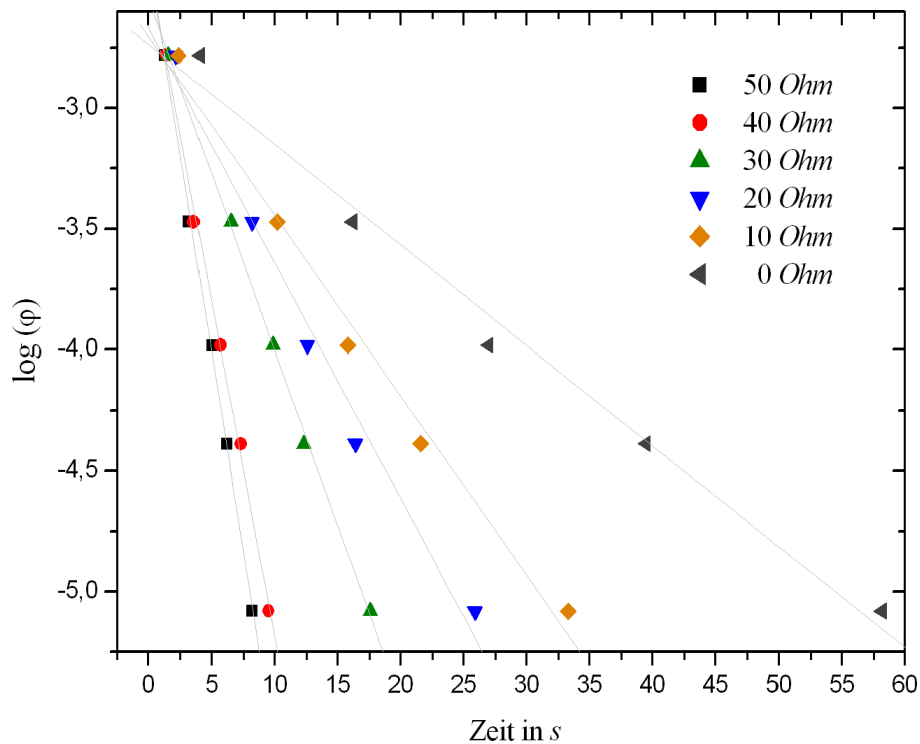


Abbildung 9: $\log(\varphi)$ gegen die Zeit für alle Kriechfälle.

Daraus ergeben sich die Steigungen m und damit die folgenden Werte für β :

R_a	Steigung m in s^{-1}	Wert für β in s^{-1}
50 Ω	-0.328	3.214
40 Ω	-0.277	3.749
30 Ω	-0.145	6.961
20 Ω	-0.097	10.326
10 Ω	-0.074	13.504
0 Ω	-0.042	24.127

Die Fehler für m und β betrachten wir nicht weiter, da wir diese in der folgenden linearen Regression sowieso nicht weiter übernehmen könnten.

Durch die Näherung $\beta \approx \beta - \beta_{\text{Luft}}$ erhalten wir mittels

$$\beta - \beta_{\text{Luft}} = \frac{G^2}{2\Phi(R_a + R_i)} \approx \beta$$

die Gleichung

$$\frac{1}{\beta} = \frac{2\Phi}{G^2} \cdot R_a + \frac{2\Phi}{G^2} \cdot R_i = m' \cdot R_a + b'.$$

Tragen wir nun also $1/\beta$ gegen die jeweiligen Außenwiderstände R_a auf, so folgt

$$R_i = \frac{b'}{m'},$$

dabei ist m' die Steigung und b' der Achsenabschnitt, den man wiederum durch lineare Regression erhält. Die folgende Abbildung zeigt diese Auftragung:

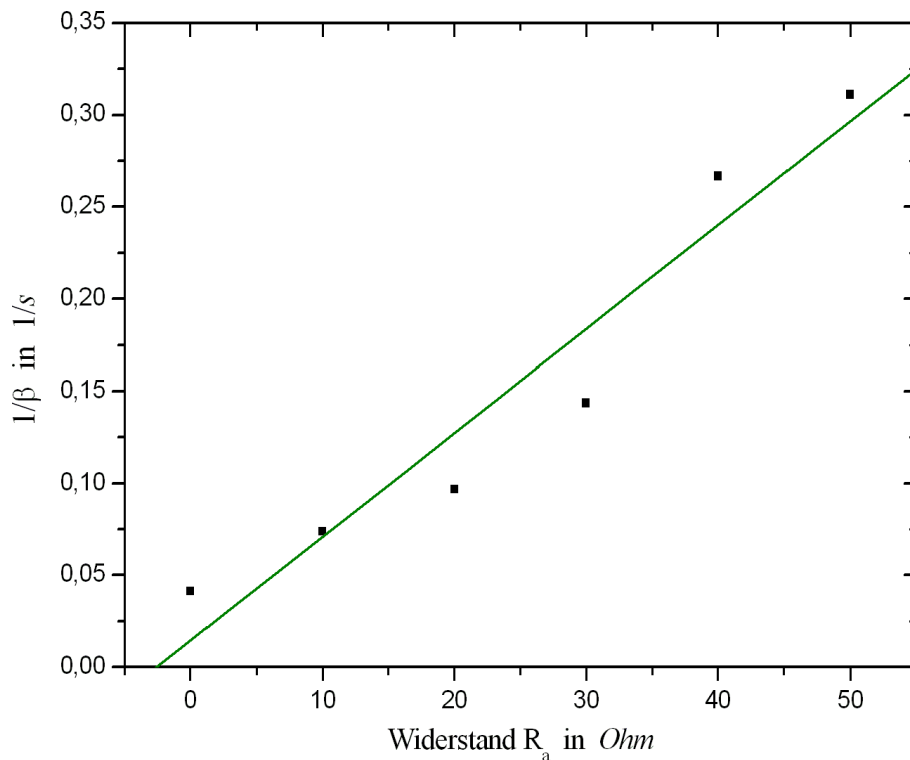


Abbildung 10: $1/\beta$ gegen die Außenwiderstände.

Wir erhalten $m' = 0.0056 \pm 0.00077 \text{ s}/\Omega$ und $b' = 0.0147 \pm 0.02342 \text{ s}$. Für R_i erwarten wir einen Fehler von

$$\sigma_{R_i} = \sqrt{\left(\frac{b' \cdot \sigma_{m'}}{m'^2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{b'}}{m'}\right)^2}.$$

Unser Ergebnis ist nun

$$R_i = 2.60 \pm 4.17 \Omega.$$

4.4 Aperiodischer Grenzfall

Durch systematisches Ausprobieren haben wir für

$$R_a = 81 \Omega$$

einen aperiodischen Grenzfall erhalten. Hier näherte sich die Messmarke dem Nullpunkt am schnellsten an.

4.5 Ballistisches Galvanometer

Ballistische Empfindlichkeit C_B aus den Schwingfällen

Die ballistische Empfindlichkeit C_B erhält man zunächst auch durch die zuvor berechneten Werte. Es gilt

$$C_B = \omega_0 \cdot C_I = (134791 \pm 3574) \frac{1}{As}.$$

Geflossene Ladung Q

Für die geflossene Ladung Q gilt

$$Q = \int I dt = \frac{1}{R_{ges}} \int U dt = \frac{1}{R_a + R_i + R_S} \int U dt,$$

dabei ist $R_S = 23 \Omega$ der Widerstand der Sekundärspule und U ist die induzierte Spannung, die sich aus

$$U = -n_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

ergibt. Dabei ist $n_2 = 400$ die Windungszahl der Sekundärspule und Φ ist hier der induzierte Fluss. Für diesen gilt

$$\Phi = A \cdot B = 2\pi r^2 \cdot B = 2\pi r^2 \cdot n_1 \frac{\mu_0 I}{2\pi l},$$

dabei ist $A = \pi r^2$ die Fläche der Spule mit $r = 0.0275 m$, B das erzeugte Magnetfeld, $n_1 = 2800$ die Windungszahl und $l = 1 m$ die Länge der Primärspule und $I = 0.15 A$ ist die Stromstärke in der Primärspule.

Es ergibt sich somit

$$Q = \frac{n_2}{R_a + R_i + R_S} \cdot \Phi = \frac{n_1 \cdot n_2 \cdot r^2 \cdot \mu_0 \cdot I}{l \cdot (R_a + R_i + R_S)} = \frac{160 \cdot 10^{-6}}{R_a + 39 \Omega} C \cdot \Omega.$$

Dadurch kann nun für jeden Außenwiderstand R_a die geflossene Ladung bestimmt werden.

Es wurden nun die Werte φ/C für jeden äußeren Widerstand R_a berechnet und anschließend gegen R_a aufgetragen. Dies wurde in der folgenden Abbildung verdeutlicht:

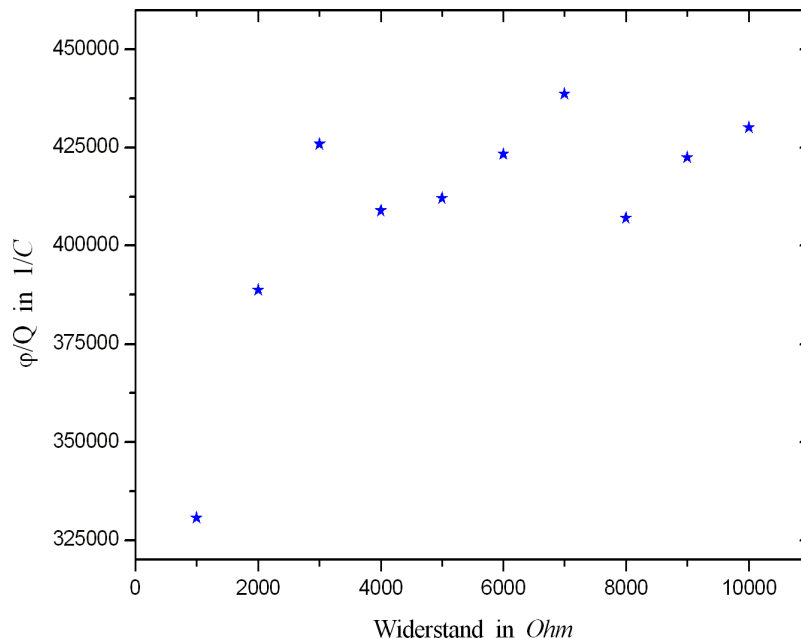


Abbildung 11: Winkel durch geflossene Ladung gegen Außenwiderstände.

Für $R_a \rightarrow \infty$ erhalten wird nun aus dem Versuchsteil mit dem ballistischen Galvanometer die Empfindlichkeit C_B . Wir schätzen diese anhand von Abbildung 11 als

$$C_B = (425000 \pm 25000) \frac{1}{As}.$$

Dies ist eine sehr grobe Schätzung, daher konnten wir zuvor auch auf die Fehlerrechnung verzichten.

Ballistische Empfindlichkeit C_B für große Dämpfungen

Es gilt $C_B = \varphi_{max}/Q$. Für große Dämpfungen wird R_a klein und somit wiederum [nach dem vorherigen Auswertungsteil] Q groß. Daher wird C_B für große Dämpfungen kleiner, dies zeigen auch die Werte für $R_a = 1000 \Omega$ und $R_a = 2000 \Omega$ aus Abbildung 11.

5 Diskussion

Bis zum Auswertungsteil 4.3 verlief der Versuch wie gewünscht. Wir hatten brauchbare Messwerte zu verarbeiten und auch unsere Ergebnisse scheinen

in Ordnung zu sein. Für die folgenden Versuchsteile wurden die Messwerte jedoch immer ungenauer. Bei den Kriechfällen waren zum Teil die Zeiten an den bestimmten Positionen [auch mit drei Stoppuhren] nur schwer exakt zu bestimmen. Beim ballistischen Galvanometer wurde es danach noch sehr viel schwieriger während einer Schwingung den maximalen Ausschlag ablesen zu können. Somit blieben einiger Werte grobe Richtwerte, aber keine exakten Messdaten.

Vergleich der Werte für R_i

Der berechnete inneren Widerstand R_i aus dem ruhenden System scheint nicht schlecht zu sein, er stimmt grob mit mehreren Vorgängerprotokollen überein. Der aus den Kriechfällen berechnete Wert weicht nun leider stark ab. Unsere Messwerte waren hier vermutlich schon zu ungenau, um ein ähnlich gutes Ergebnis zu erhalten. Wir hatten in der Auswertung mehrere lineare Regressionen durchzuführen und wir haben mit vielen Näherungen gerechnet. Somit konnten wir gar kein guten Wert erwarten und können mit unserem ca. sechs mal kleineren Wert auch nicht unzufrieden sein.

Vergleich der Werte für C_B

Wir nehmen an, dass die Größenordnung für den aus den Schwingungen berechnete Wert für C_B mit dem wahren Wert übereinstimmt. Über das ballistische Galvanometer errechneten wir einen Wert, der ungefähr dreimal größer ist. Hier waren unsere Messdaten vermutlich nicht genau genug, da der Ausschlag des Galvanometers mit zunehmenden Außenwiderstand R_a immer kleiner und schlechter abzulesen war. Außerdem mussten wir wieder mehrere lineare Regressionen aus Werten durchführen, die ohnehin schon zum Teil stark fehlerbehaftet waren. Daher schätzen wir unser Ergebnis zwar als nicht besonders gut, aber auch nicht als sehr schlecht ein.

Unsere persönlichen Meinungen

[Die Durchführung war in Ordnung, die Auswertung war jedoch total fürn Arsch. Durch so viel Rumrechnerei kann man ja wohl kaum auch noch gute Ergebnisse erwarten. Nur mit dem dummen Praktikumsskript und ohne guten Vorgängerprotokollen wäre die Auswertung für uns wohl mal wieder nicht möglich gewesen. Wieder mal tolle Werte berechnet und kein Plan, was diese bedeuten oder aussagen.]_{Daniel}

[Der Versuch ging entgegen unserer Erwartung recht fix über die Bühne. Die Auswertung war leider nicht so erfreulich. Vor allem fehlen Vergleichswerte im Praktikumsskript. Und ich hab seit 4 Wochen Schnupfen.]_{Hauke}